**Вариант 0**

**Задача 1: Тема «Векторы»**

**Задача 1.** Разложить вектор по базису из векторов

*Решение*

Разложить вектор по базису – нужно представить его в виде линейной комбинации этих базисных векторов.

То есть необходимо найти коэффициенты разложения, решив полученную неоднородную систему линейных алгебраических уравнений:

или

.

Решив данную систему линейных алгебраических уравнений, получим:

Тогда ответ запишем в виде:

**Задача 2, Задача 3: Тема «Геометрические приложения скалярного, векторного и смешанного произведения векторов»**

**Задача 2.** Даны точки Найти площадь треугольника .

*Решение*

Зная, что модуль векторного произведения векторов равен площади параллелограмма, построенного на этих векторах, получим, что площадь треугольника будет равна:

Для этого сначала найдем координаты векторов .

Далее найдем их векторное произведение:

Теперь по формуле найдем модуль полученного вектора

Тогда искомая площадь треугольника будет равна

**Задача 3.** Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках

*Решение*

Зная, что модуль смешанного произведения векторов равен объёму параллелепипеда, построенного на этих векторах, получим, что объём пирамиды, построенной на этих же векторах, будет равен:

Для этого сначала найдем координаты векторов .

Далее найдем модуль смешанного произведения:

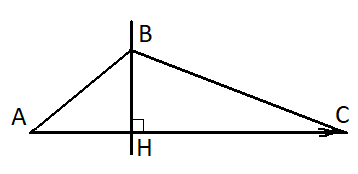
Тогда искомый объём пирамиды будет равен:

**Задача 4, Задача 5: Тема «Прямая на плоскости»**

**Задача 4.** Даны координаты вершин треугольника

Найти уравнение высоты .

*Решение*

**

Так как

Обозначим за вектор нормали вектор коллинеарный полученному

Используя уравнение прямой через нормаль к прямой и точку, принадлежащую ей, а именно:

запишем

(BH):

**Задача 5.** При каких значениях прямая проходит через точку перпендикулярно прямой

*Решение*

Пусть прямая , а прямая

Так как

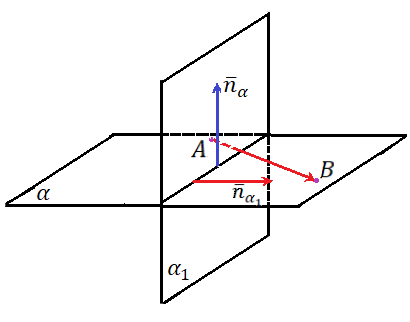
Так как

**Задача 6, Задача 7, Задача 8, Задача 9: Тема «Прямая и плоскость в пространстве»**

**Задача 6.** Составить уравнение плоскости , которая проходит через точки

перпендикулярно к плоскости

*Решение*



А значит нормаль к плоскости рассчитаем по формуле:

Обозначим за вектор нормали к плоскости вектор коллинеарный полученному

.

Используя уравнение плоскости через нормаль к плоскости и точку, принадлежащую ей, а именно:

получаем

**Задача**

*Решение*

Пусть

Канонические уравнения прямой задаются формулой:

где

Тогда, исходя из условия пересечения двух прямых

, где

получим:

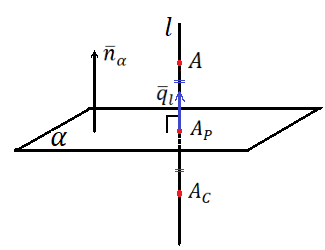
Разложим полученный определитель по третьей строке и приравняем его к нулю.

.

Решив данное уравнение, получаем

**Задача 8**. Найти точку, симметричную точке относительно плоскости

*Решение*



Для нахождения точки, симметричной относительно плоскости составим уравнение прямой , проходящей через эту точку и перпендикулярной данной плоскости

Так как

Далее найдем координаты точки, как точки пересечения полученной прямой с плоскостью . Полученная точка будет проекцией заданной точки на плоскость

Для этого запишем канонические уравнения прямой в параметрическом виде:

Подставим полученные уравнения прямой в уравнение плоскости

Тогда

Теперь рассчитаем координаты точки симметричной точке относительно плоскости , исходя из того, что точка является серединой отрезка .

*=,*

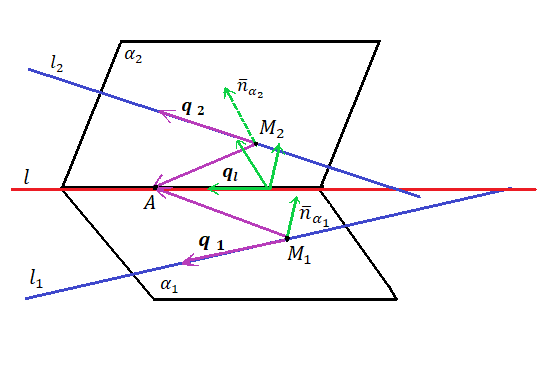
где

Итак, получили координаты точки

.

**Задача 9.** Составить канонические уравнения прямой (общее уравнение прямой), которая проходит через точку и пересекает прямые

*Решение*



Пусть

Тогда

Составим уравнение искомой прямой как пересечение плоскостей

*Плоскость*

Нормаль к данной плоскости находим как вектор, коллинеарный векторному произведению векторов , принадлежащих данной плоскости.

Обозначим за вектор нормали к плоскости вектор коллинеарный полученному

Тогда

.

*Плоскость*

Нормаль к данной плоскости находим как вектор, коллинеарный векторному произведению векторов , принадлежащих данной плоскости.

Обозначим за вектор вектор коллинеарный полученному

Обозначим за вектор нормали к плоскости вектор коллинеарный полученному

Тогда

.

Для канонических уравнений прямой найдем направляющий вектор прямой как вектор, коллинеарный векторному произведению векторов нормалей плоскостей

Обозначим завектор коллинеарный полученному

Итак, канонические уравнения прямой будут:

**Задача 10: Тема «Собственные значения и собственные векторы линейного оператора»**

10. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

*Решение*

Для нахождения собственных значений матрицы составим и решим характеристическое уравнение:

Для каждого из найденных собственного значения найдем соответствующий ему собственный вектор, составив и решив методом Гаусса однородную систему линейных алгебраических уравнений:

при .

Запишем упрощенную сист*ему*

0

Аналогично рассчитаем собственные векторы и для других собственных значений