

Домашнее задание № 9 (векторы)

А) Геометрические векторы, длина и координаты вектора. Деление отрезка в данном отношении. Коллинеарность векторов.

1. Даны точки $A(3,-1,2)$, $B(-1,2,1)$. Найти координаты и длины векторов \overline{AB} и \overline{BA} , их направляющие косинусы.
2. Доказать, что точки $A(-3,-7,-5)$, $B(0,-1,-2)$ и $C(2,3,0)$ лежат на одной прямой, причем точка B – между A и C .
3. В треугольнике с вершинами $A(8,0,-1)$, $B(-2,8,1)$, $C(3,4,-3)$ найти длины всех сторон треугольника, координаты точки O пересечения медиан и длину медианы CM
 $\{|AB| = 2\sqrt{42}; |AC| = 3\sqrt{5}; |BC| = \sqrt{57}; O(3, 4,-1); |CM| = 3\}$
4. Отрезок AB делится точками C, D, E, F на 5 равных частей. . Найти координаты этих точек, если $A(-3,5,9)$, $B(-8,0,-6)$. $\{C(-4,4,6); D(-5,3,3); E(-6,2,0); F(-7,1,3)\}$
5. Доказать, что четырехугольник с вершинами $A(2,1,-4)$, $B(1,3,5)$, $C(7,2,3)$, $D(8,0,-6)$ – параллелограмм. Найти длины его сторон. $\{|AB| = \sqrt{86}; |AD| = \sqrt{41}\}$
6. Найти точку $M(0,y,0)$, равноудаленную от точек $A(1,-3,7)$ и $B(5,7,-5)$. $\{M(0,2,0)\}$
7. Даны точки: $A(1,2,1)$, $B(2,-1,3)$, $C(3,\alpha,\beta)$. При каких α и β точка C лежит на прямой AB ? $\{\alpha = -4; \beta = 5\}$
8. Проверить: точки $A(3,-1,2)$, $B(1,2,-1)$, $C(-1,1,-3)$, $D(3,-5,3)$ – вершины трапеции. Найти длины параллельных сторон. $\{|AB| = \sqrt{22}; |CD| = \sqrt{88}\}$
9. Определить, при каких α, β векторы $\vec{a} = (3,-15, \alpha)$, $\vec{b} = (2, \beta, 4)$ коллинеарны. $\{\alpha = 6; \beta = -10\}$
10. Коллинеарны ли векторы $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ и $\vec{d} = 3\vec{b} - 2\vec{a}$, построенные на векторах $\vec{a} = (2,-5,7)$ и $\vec{b} = (-6,2,-4)$ {да}
11. Даны три последовательные вершины параллелограмма $A(-4,2,1)$, $B(3,-2,5)$ и $C(-1,3,-2)$. Найти координаты четвертой вершины. $\{D(-8,7,-6)\}$
12. Найти координаты точки пересечения медиан в треугольнике с вершинами $A(-5,7,2)$, $B(1,4,-1)$ и $C(7,4,5)$. $\{(1,5,2)\}$

Б) Скалярное произведение векторов.

1. Даны вершины четырехугольника $ABCD$ точки $A(1,2,3)$, $B(7,3,2)$, $C(-3,0,6)$ и $D(9,2,4)$. Доказать, что его диагонали взаимно перпендикулярны.
2. Даны вершины треугольника $A(-1,-2,4)$, $B(-4,-2,0)$ и $C(3,-2,1)$. Найти внутренний угол при вершине A и внешний угол при вершине B . $\{\angle A = \frac{\pi}{2}; \angle B = 3\frac{\pi}{4}\}$
3. Найти длины сторон и величины углов треугольника с вершинами $A(1,2,0)$, $B(3,0,-3)$ и $C(5,2,6)$.
4. Найти угол между диагоналями параллелограмма AC и BD , если заданы три его вершины $A(2,1,3)$, $B(5,2,-1)$ и $C(-3,3,-3)$.
5. Доказать, что четырехугольник с вершинами $A(2,5,-4)$, $B(6,-5,-3)$, $C(-1,-7,5)$, $D(-5,3,4)$ – квадрат.
6. Даны векторы $\vec{a} = (3,-5,2)$, $\vec{b} = (2,-3,4)$. Найти $(2\vec{a} - 3\vec{b}, \vec{a} + 2\vec{b})$ $\{-69\}$