

Экзаменационные вопросы по дисциплине
"Линейная алгебра и аналитическая геометрия"
2020/2021 учебный год, 1 курс, 1 семестр.

1. Матрицы, виды матриц. Линейные операции с матрицами, свойства этих операций.
2. Определители n -го порядка. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца).
3. Свойства определителей.
4. Обратная матрица. Теорема существования и единственности обратной матрицы.
5. Матричные уравнения.
6. Системы линейных уравнений, основные определения. Матричная запись систем линейных уравнений.
7. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
8. Правило Крамера для систем линейных уравнений.
9. Понятие линейного пространства (примеры).
10. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов, свойства.
11. Базис и размерность линейного пространства.
12. Теорема о разложении вектора по базису, единственность разложения. Координаты вектора в данном базисе.
13. Понятие базисного минора, ранг матрицы.
14. Теорема о ранге матрицы.
15. Методы вычисления ранга матрицы (метод окаймляющих миноров и метод элементарных преобразований).
16. Необходимое и достаточное условие равенства нулю определителя n -го порядка.
17. Теорема Кронекера-Капелли.
18. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
19. Однородные системы уравнений. Фундаментальная система решений. Свойства решений однородной системы линейных алгебраических уравнений.
20. Структура общего решения однородной и неоднородной систем линейных алгебраических уравнений.
21. Понятие линейного преобразования линейных пространств. Матрица линейного преобразования.
22. Собственные векторы и собственные значения матрицы линейного преобразования. Характеристический многочлен. Алгоритм нахождения собственных векторов и собственных значений.
23. Свойства собственных векторов. Приведение матрицы линейного преобразования к диагональному виду в случае простого спектра.
24. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции.
25. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
26. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
27. Базис геометрических векторов на прямой, на плоскости и в пространстве. Координаты вектора в данном базисе. Линейные операции над векторами в координатной форме.
28. Ортогональные проекции векторов. Скалярное произведение векторов. Свойства. Выражение через координаты сомножителей в ортонормированном базисе.
29. Геометрические приложения скалярного произведения. Необходимое и достаточное условие ортогональности векторов.
30. Ориентация тройки векторов. Векторное произведение векторов. Свойства. Выражение через координаты сомножителей в ортонормированном базисе. Двойное векторное произведение.

31. Геометрические приложения векторного произведения. Необходимое и достаточное условие коллинеарности векторов.
32. Смешанное произведение векторов. Свойства. Выражение через координаты сомножителей в ортонормированном базисе.
33. Геометрические приложения смешанного произведения. Необходимое и достаточное условие компланарности векторов.
34. Понятие об уравнении линии и поверхности. Алгебраические линии и поверхности.
35. Прямая линия на плоскости. Общее уравнение прямой, уравнение по точке и угловому коэффициенту. Нормальный и направляющий векторы прямой. Различные виды уравнения прямой на плоскости (векторно-параметрическое, параметрическое, каноническое уравнение прямой, проходящей через две точки, уравнение прямой в отрезках.)
36. Взаимное расположение двух прямых. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых.
37. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
38. Плоскость в пространстве как поверхность первого порядка. Направляющие векторы и нормальный векторы плоскости. Различные виды уравнений плоскости (по точке и нормальному вектору, уравнение плоскости в отрезках, уравнение плоскости, проходящей через заданную точку параллельно двум векторам, по трём точкам, общее уравнение плоскости).
39. Взаимное расположение двух плоскостей. Угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
40. Расстояние от точки до плоскости.
41. Прямая линия в пространстве. Различные виды уравнений прямой в пространстве (векторно-параметрические, параметрические, канонические).
42. Угол между двумя прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Скрещивающиеся прямые, взаимное расположение двух прямых в пространстве.
43. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости в пространстве. Условия принадлежности прямой плоскости.
44. Угол между прямой и плоскостью. Точка пересечения прямой и плоскости.
45. Алгебраические кривые второго порядка. Эллипс. Определение, вывод канонического уравнения.
46. Гипербола. Определение, вывод канонического уравнения, исследование формы гиперболы.
47. Парабола. Определение, вывод канонического уравнения.
48. Алгебраические поверхности второго порядка. Теорема о поверхности вращения.
49. Эллипсоид. Каноническое уравнение. Исследование формы поверхности методом параллельных сечений.
50. Гиперболоиды. Канонические уравнения. Исследование формы поверхностей методом параллельных сечений.
51. Параболоиды. Канонические уравнения. Исследование формы поверхностей методом параллельных сечений.
52. Конус. Каноническое уравнение. Исследование формы методом параллельных сечений.
53. Цилиндрические поверхности.
54. Приведение уравнения кривой или поверхности второго порядка к каноническому виду.