Список основных задач для подготовки к экзамену по математическому анализу 1 семестр

Тема 1 **<u>Определенный интеграл и его приложения. Несобственные интегралы.</u>**

I. Используя формулу Ньютона-Лейбница, вычислить определенный интеграл :

1. $\int_0^{\pi}(2x+\sin 2x)dx$
2. $\int_1^2 \frac{x+2}{3-x}dx$
3. $\int_0^{\pi/2} cos^2(\frac{\pi}{6}-x)dx$
4. $\int_1^9 \frac{dx}{5+2\sqrt{x}}$
5. $\int_{-4}^{-2} \frac{dx}{\sqrt{5-4x-x^2}}$
6. $\int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x+1}$
7. $\int_{-1}^{0} x\cdot e^{-x}dx$
8. $\int_1^e \frac{ln^3x}{x^2}dx$

II.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\arccos x$, $x=-1, x=0, y=0$.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x=4-y^2, x=y^2-2y$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $(y-2)^2=x-1$, касательной к ней в точке $y=3$ и осью OX.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x=y\ arctg\ y, x=0,\ y=\sqrt{3}$.
5. Вычислить площадь фигуры, отсекаемой первой аркой циклоиды от оси OX. $\begin{cases} x=a(t-\sin t) \\ y=a(1-\cos t) \end{cases}$
6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x=4\sqrt{2}\ cos^3t \\ y=2\sqrt{2}\ sin^3t \end{cases}$, $x\geq 2$.
7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой $r=a\ sin3\varphi$.
8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r=\cos\varphi$,$r=2\cos\varphi$.
9. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $y=\ln\sin x$, $\pi/3\leq x\leq \pi/2$.
10. Вычислить длину дуги кривой $y^2=\frac{x^3}{6}$ до точки с абсциссой x=6 .
11. Вычислить длину астроиды $\begin{cases} x=2\ cos^3t \\ y=2\ sin^3t \end{cases}$.
12. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнениями $\begin{cases} x=4(\cos t+t\sin t) \\ y=4(\sin\ t-t\cos t) \end{cases}$
13. Вычислить длину первого витка спирали Архимеда $r=\varphi$.
14. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $r=3e^{3\varphi/4}$, $-\pi/2\leq\varphi\leq\pi/2$.
15. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной параболой $y=x^2$, OY и прямой $y=1$.
16. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной параболой $y=x^2$, OX и прямой $x=1$.
17. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной кривыми $2x-x^2-y=0,\ 2x^2-4x+y=0$.
18. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной кривой $y=\ln x$, $x=2$, $y=0$.
19. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной кривой $y=\arccos x$, $y=\arcsin x$, $y=0$.
20. Вычислить площадь поверхности части шара, получаемого при вращении вокруг оси OX дуги окружности $x^2+y^2=4$ между точками $x=-1, x=1$.

III. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость:

1. $\int_1^{\infty}\frac{2dx}{x^2+1}$
2. $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{2xdx}{x^2+1}$
3. $\int_2^{+\infty}\frac{dx}{x\ln x}$
4. $\int_2^{+\infty}\frac{arctg\ x}{1+x^2}dx$
5. $\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{x^2+4x+9}$
6. $\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{x^2+2x+2}$
7. $\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{5x}dx}{e^{10x}+1}$
8. $\int_0^{+\infty} x\cdot\cos x\, dx$
9. $\int_0^{+\infty} x\cdot e^{-x}dx$
10. $\int_0^{+\infty} xe^{-x^2}dx$
11. $\int_0^{+\infty}\sin x e^{-x}dx$

12. $\int\limits_0^{+\infty} e^{-\sqrt{x}}dx$

13. $\int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

14. $\int\limits_{1/2}^1 \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$

15. $\int\limits_0^1 \frac{dx}{x\ln x}$

16. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$

17. $\int_0^e \ln x\, dx$

18. $\int\limits_0^{\pi/4} ctgxdx$

19. $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{(3-x)^5}}$

20. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2}$

21. $\int_2^5 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-4}}$

22. $\int\limits_1^4 \frac{x}{x^4-1}dx$

23. $\int\limits_1^{\frac{\pi^2}{4}} \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$

24. $\int\limits_3^6 \frac{dx}{x^2-7x+10}$

IV Исследовать_ несобственный интеграл на сходимость:

1. $\int_e^{+\infty} \frac{ln\, x}{\sqrt[3]{x}}dx$
2. $\int_1^{+\infty} \frac{x^{3/2}dx}{x^2+1}$
3. $\int_1^{+\infty} \frac{arctg\, x}{x}dx$
4. $\int_1^{+\infty} \frac{arctg\, 1/x}{x\sqrt{x}+1}dx$
5. $\int_1^{+\infty}(\sqrt{x^2+x+2}-\sqrt{x^2+x+1})dx$
6. $\int_0^1 \frac{dx}{3x^2+\sqrt[3]{x}}$
7. $\int\limits_0^2 \frac{1-\cos x}{\sqrt[3]{x^7}}dx$

Тема 2 **<u>Ряды</u>**

I. Исследовать на сходимость числовые ряды. В случае знакопеременного ряда указать характер сходимости:

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n$

2. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{2n}{2n-5}$

3. $\sum_{n=1}^{+\infty}\sqrt[n]{1/2}$

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n^2\sin\frac{1}{n^2+n+1}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n\sin n^2$

6. $\sum_{n=1}^{+\infty}n^2ln\left(\frac{n^2}{n^2+1}\right)$

7. $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^n$

8. $\sum_{n=1}^{+\infty}(\sqrt{n^2+2n-1}-\sqrt{n^2-2n+4})$

9. $\sum_{n=2}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{n(n-1)}}$

10. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{sin^2(n\sqrt{n})}{n\sqrt{n}}$

11. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\ln\left(\frac{n+4}{n+3}\right)$

12. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n\left(e^{\frac{1}{n}}-1\right)^2$

13. $\sum_{n=1}^{+\infty}tg\frac{\pi}{\sqrt{n}+2}$

14. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n^2tg^4\left(\frac{1}{n}\right)$

15. $\sum_{n=2}^{+\infty}\frac{1}{\ln n}$

16. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n(n+1)}{3^n}$

17. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n!}{10^n}$

18. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{3^n+5^n}{n!}$

19. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{2^nn!}{n^n}$

20. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n\cdot n!}$

21. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{4^n}{(n!)^2}$

22. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\arcsin\frac{1}{(2n+1)!}$

23. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n+5}{(2n-1)!}\sin\left(\frac{2}{6^n}\right)$

24. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{3^n}$

25. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n^2}$

26. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{10^n-7n^2}{3^n+5}$

27. $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{2n+1}{3n-2}\right)^n$

28. $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{5n^2+3n+1}{4n^2-n-2}\right)^{3n}$

29. $\sum\limits_{1}^{\infty}\left(\frac{n-1}{n-3}\right)^{2n-1}$

30. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n+1}{3^n+1}\right)^n$

31. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{9n^2-7}{9n^2+3}\right)^{n^3}$

32. $\sum_{n=1}^{+\infty}5^n\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$

33. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{ln^nn}$

34. $\sum_{n=1}^{+\infty}n^4tg^{2n}\frac{\pi}{4n}$

35. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\sqrt{\ln n}}{n}$

36. $\sum_{n=2}^{+\infty}\frac{1}{n\, ln^2n}$

37. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n}}$

38. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{(2n)^3}$

39. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\left(1-cos\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$

40. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\frac{sin\frac{1}{\sqrt[3]{n}}}{n}$

41. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n-1}\frac{(n+1)!}{3^n}$

42. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n+1}ln\frac{n^2+2}{n^2}$

43. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\left(\frac{3n^2+5}{2n^2}\right)^n$

44. $\sum_{n=2}^{+\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{n\ln n\, ln^3(lnn)}$

45. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\frac{(n)!}{5^{n^2}}$

46. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n-1}\left(\frac{4n^2-1}{4n^2+1}\right)^{n^2}$

47. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\sin n-\cos n}{n^3}$

48. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \ln\left(\frac{3n+2}{3n}\right)$

49. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n (1-\cos\frac{1}{\sqrt{n}})$

50. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n-5}(-1)^{n+1}$

51. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1}{(2n+4)^3}$

52. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{3n^2+5}{2n^2}\right)^n$

53. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n!}{3^{n^2}}$

54. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{3n^2+1}{3n^2-1}\right)^{n^2}$

II. Найти радиус и область сходимости степенного ряда:

1. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(x-1)^n}{\sqrt{n}}$
2. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\frac{x^n}{2^n(n+1)(n+2)}$
3. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{x^n}{(2n+1)!}$
4. $\sum_{n=1}^{+\infty}4^n\frac{x^{2n}}{\sqrt{n^2+1}}$
5. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\frac{(x+1)^{3n}}{8^n\sqrt[3]{n^2}}$
6. $\sum_{n=1}^{+\infty}sin^2\frac{1}{n}\ (x-2)^n$
7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{n^2 3^n}x^n$
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n}{(3n+1)^3}(x-1)^{3n}$
9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n-2)^3}{2n+3}(x+5)^{2n}$
10. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{(-2)^n\ln n}(x+1)^n$
11. $\sum_{n=1}^{+\infty}ln^n(n+1)\,(x+3)^n$
12. $\sum_{n=2}^{+\infty}\frac{(x+1)^n}{nln^2n}$
13. $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{n}arctg\,\frac{1}{n^2}(x-1)^n$
14. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{(n+3)!}(x+4)^{2n+1}$
15. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{2^n n\ln^5 n}(x-3)^n$

III. Найти область сходимости функционального ряда

1. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n^{\alpha x}}$
2. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{1+x^{2n}}$
3. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\cos(nx)}{\sqrt[5]{n^6}}$
4. $\sum_{n=1}^{+\infty}x^n arctg\frac{x}{n\sqrt{n}}$
5. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\sin(n^2x^3)}{3^{nx}}$
6. $\sum_{n=1}^{+\infty}nxe^{-n^2x}$

IV. Представить функцию в виде ряда Тейлора по степеням $x-x_0$. Указать область сходимости полученного ряда:

1. $f(x)=e^{-3x+2}$, по степеням x
2. $f(x)=e^{-3x+2}$, по степеням $x-1$
3. $f(x)=(x-1)e^{-2x}$ по степеням *(x-1)*
4. $f(x)=\frac{1-e^{x^2}}{x^2}$, по степеням x
5. $f(x)=sin\frac{x^2}{2}$, по степеням x
6. $f(x)=sin^2\frac{x}{2}$, по степеням x
7. $f(x)=sin3x\,cos2x$, по степеням x
8. $f(x)=\ln(3x)$, $x_0=4$
9. $f(x)=\ln(1-x-20x^2)$, по степеням x
10. $f(x)=\frac{x^5}{4-5x}$, $x_0=0$
11. $f(x)=\frac{5x}{x^2+x-6}$, по степеням $x+2$
12. $f(x)=\frac{1-x}{x^2}$, $x_0=-2$

Тема 3 <u>**Функции нескольких переменных.**</u>

I. Найти все частные производные первого порядка и полный дифференциал функции нескольких переменных:

1. $z=e^{-xy}-\cos(3x^2y^3)$
2. $u=arctg\frac{y}{xz}$
3. $f(x,y,z)=\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}$

II. Найти все частные производные и полный дифференциал второго порядка функции нескольких переменных:

1. $z=x^2y-\frac{x}{y^2}$
2. $z=\ln(x^2+y^2-3xy)$
3. $u=xyz$

III.

1. Найти производную сложной функции $z=x^2+xy+y^2$, $x=t^2$, $y=t^3$
2. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$ функции $z=arcsin\frac{x}{y}$, $y=\sqrt{1+x^2}$
3. Найти частные производные сложной функции $z=x^2\ln y$, $x=\frac{u}{v}$, $y=uv$

4. Найти производную сложной функции $u = tg(3x + 2y^2 - z)$, $y = \frac{1}{x}$, $z = \sqrt{x}$
5. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ неявно заданной функции $1 + xy - \ln(e^{xy} + e^{-xy}) = 0$
6. Найти частные производные неявно заданной функции $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
7. Найти полный дифференциал функции, заданной уравнением $z^3 - 3xyz = a^3$

IV. Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = z(x, y)$ в данной точке:

1. $z = x^2 - 2xy + y^2 - x + 2y$, A(1;1;1)
2. $z = \ln(x^2 + y^2)$, B(1;0;0)
3. $z = \sin x \cos y$, $M(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{1}{2})$
4. $z = \sqrt{2x^2 + y^2} + xy$, $A(2;1;5)$.
5. $x^2z^3 + \frac{y^2}{x} - 3xyz = 5$, C(1;1;1)
6. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ параллельно плоскости $x + 4y + 6z = 0$

V. Найти градиент скалярного поля:

1. $f(x, y, z) = \ln(x^2 + 4y^2) - \frac{3xy}{\sqrt[4]{z}}$
2. $f(x, y, z) = \arccos^3 x - 2\sin(y^3 / z)$
3. $f(x, y, z) = e^{2x^5y^4z} - \ln(x - z^2)y^3$
4. $f(x, y, z) = x \cdot \sin^3(y - z) - 2\arcsin(3x + y^2) \cdot z^4$

VI. Найти производную функции в направлении вектора $\vec{l}$ в данной точке:

1. Найти производную функции $z = x^2 - y^2$, в направлении вектора $\vec{l}$, составляющего угол 60^0 с полож. направлением оси OX в точке A(1;1) .
2. Найти производную функции $u = xy^2z^3$ в точке M(3;2;1) в направлении вектора $\overrightarrow{MN}$, N(5;4;2).
3. Найти производную функции $z = ln\,(x^2 + y^2)$ в направлении градиента функции z в точке B(3;4) .
4. Найти угол между градиентами функции $z = arctg(x^2 + y^2)$ в точках A(1,0) и B(0,1) .
5. Найти модуль градиента функции $f(x, y) = \ln(\sin x + 2xy)$ в точке $(\frac{\pi}{2}, 0)$.
6. Найти максимально возможное значение производной по направлению функции $z = sin\,(x^2 - y^2)$ в точке $M(0; \pi/2)$

VII. Вычислить дивергенцию векторного поля:

1. $\vec{a} = e^{x+zy}\vec{i} - 3\sin(xz - y)\vec{j} + \ln x\vec{k}$
2. $\vec{a} = \ln^2 x\vec{i} + y^8z\vec{j} + \frac{x}{z}\vec{k}$
3. $\vec{a} = 2\sqrt{x^3}y\vec{i} + z \cdot arctg^5 y\vec{j} + \frac{\ln x}{z^3}\vec{k}$
4. $\vec{a} = \cos(x^2z^3)\vec{i} + ctg(xz)\vec{j} + x^2\sqrt[5]{\arccos z}\vec{k}$

VIII. Вычислить ротор векторного поля:

1. $\vec{a} = (x^2z + y)\vec{i} + (yz - tgx)\vec{j} - 5x^3y\vec{k}$
2. $\vec{a} = 2z^2y^5\vec{i} + x\cos^5 z\vec{j} - \vec{k}$
3. $\vec{a} = 2\arcsin^3 y\vec{i} - 2\vec{j} + \frac{\sqrt[3]{y^2}}{z}\vec{k}$
4. $\vec{a} = x^5z^3\vec{i} - 7y^2\vec{j} + tg(x^2)\sqrt{y}\vec{k}$

IX. Исследовать функцию нескольких переменных на экстремум, определить его тип:

1. $z = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$
2. $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$
3. $z = 2x^3 + 3y^2 - 24x + 6y + 5$
4. $f(x, y) = -x^2 - 3y^2 + 16\ln x^2 + 27\ln y^2$

VIII. Определить условные экстремумы функций:

1. $f(x, y) = 3x^2 + 4y^2$ при условии $-\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$
2. $f(x, y) = -3x + y$ при условии $9x^2 + 4y^2 = 45$

IX. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на множестве

1. $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ на множестве $D = \{(x, y) \in R^2 | x \geq 0, x \leq 1, y \geq 0,\ y \leq 2\}$
2. $z = x^2y(2 - x - y)$ в треугольнике, ограниченном прямыми $x = 0,\quad y = 0,\quad x + y = 6$
3. $z = x^2 - y^2$ в круге $x^2 + y^2 \leq 4$

Тема 4. **Кратные интегралы.**

I. Вычислить двойной интеграл по указанной области:

1. $\iint_D (x+y^3)dxdy$, D: $\begin{cases} x=1; & x=2 \\ y=0; & y=2 \end{cases}$
2. $\iint_D \frac{y}{x}dxdy$, D: $x=y^2$, $y=x^2$
3. $\iint_D \frac{x}{2}dxdy$, D: $\begin{cases} x=2+\sin y, x=0 \\ y=0; \ y=2\pi \end{cases}$
4. $\iint_D \sqrt{1-(x^2+y^2)}dxdy$, D: $x^2+y^2=1$
5. $\iint_D ydxdy$, D: $\begin{cases} x^2+y^2=4x, \\ y\geq 0 \end{cases}$
6. $\iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{9-\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}}}$, D: $\begin{cases} \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}\geq 1, \\ \frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}\leq 1 \end{cases}$
7. $I=\iint\limits_D x^2ydxdy$, где $D=\begin{cases} 0\leq x\leq 2 \\ 4-2x\leq y\leq 4-x^2 \end{cases}$
8. $\iint\limits_D \sqrt{1-x^2-y^2}dxdy$, $D: x^2+y^2\leq 1$
9. $\iint\limits_D \sqrt{4-x^2-y^2}dxdy$ D: $x^2+y^2=4$, $y=x$, $y=\sqrt{3}x$.
10. от функции $f(x,y)=\frac{4}{5}xy+\frac{9}{11}x^2y^2$ по области, ограниченной линиями $x=1, y=x^3, y=-\sqrt{x}$.

II. Расставить пределы интегрирования в интеграле $\iint_D f(x,y)dxdy$. Изменить порядок интегрирования:

1. D: $y=e^x$, $y=2$, $x=0$
2. D: $y=-\sqrt{1-x^2}$, $y=1-x$, $x=0$
3. D: $y=\sqrt{2+x}$, $y=0$, $x=y$

III. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле:

1. $\int\limits_{-1}^{1}dx\int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2}f(x,y)dy$
2. $\int\limits_{0}^{1}dx\int\limits_{-x}^{\sqrt{4-x^2}}f(x,y)dy$
3. $\int\limits_{2}^{4}dx\int\limits_{\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{8x}}f(x,y)dy$
4. $\int\limits_{0}^{\sqrt{3}}dx\int\limits_{\sqrt{4-x^2}-2}^{0}f(x,y)dy+\int\limits_{\sqrt{3}}^{2}dx\int\limits_{-\sqrt{4-x^2}}^{0}f(x,y)dy.$

IV. Вычислить площадь, ограниченную областью D:

1. $D: y=\sqrt{x};\ y=3-2x;\ \ x=0$
2. $D: y=x^2-1;\ y=x+1$
3. $D: xy=2;\ y=2\sqrt{x};\ \ x=4$
4. $D: x^2+y^2=2;\ y=-x^2;\ y\leq 0$

V. Вычислить тройной интеграл по заданному объему V:

1. $\iiint_V (x+y+z)dx\,dy\,dz$, V: $\begin{cases} x=0; & x=1 \\ y=0; & y=2 \\ z=0; & z=3 \end{cases}$
2. $\iiint_V (1-y)xzdxdydz$, V: $x=0$, $y=0$, $z=0$, $x+y+z=1$
3. $\iiint_V xyzdxdydz$, V: $y=x^2$, $x=y^2$, $z=xy$, $z=0$
4. $\iiint_V (x^2+y^2)dx\,dy\,dz$ V: $z=2$, $x^2+y^2=2z$
5. $\iiint_V \sqrt{x^2+y^2+z^2}dx\,dy\,dz$ V: $x^2+y^2+(z-\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$
6. $\iiint\limits_V (x^2+y^2)dxdydz$ $V: x^2+y^2\leq 1,\ z=16-x^2-y^2, z=0$

7. $\iiint\limits_V x^2 y\,dxdydz \quad V: x^2+y^2+z^2=4, x=0, y=0, z=0\ (x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0).$

8. $\iiint\limits_V \left(x^2+y^2+z^2\right)dxdydz \quad V:\quad x^2+y^2+z^2\le R^2$

9. $\iiint\limits_V \left(x^2+y^2+z^2\right)^3 dxdydz \quad V:\ x^2+z^2=1, y=0, y=1$

10. $\iiint\limits_V \sqrt{1+\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}\,dxdydz \quad V:\quad x^2+y^2+z^2\le 1$

VI. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

1. $V: x=0;\ y=0;\ z=0;\ x+2y+z=5$
2. $z=4-y^2,\ z=y^2-2,\quad x=-1,\ x=2$
3. $x=6-z^2-y^2,\ x^2=y^2+z^2, x\ge 0$
4. $(x^2+y^2+z^2)^3=3xyz$
5. $x^2+y^2=y,\quad x^2+y^2=4y,\quad z=3\sqrt{x^2+y^2},\quad z=0.$

VII. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L (I рода)::

1. $\int_L \frac{dl}{\sqrt{x^2+y^2+4}}$, L: отрезок , соединяющий начало координат и точку $A(1;2)$
2. $\int_L (x^2+y^3)dl$, L: $x^2=y^2-6y$ от точки A(4;8) до точки B(0;6)
3. $\int_L (x+2y)dl$, L: $x^2+y^2=9y$
4. $\int_L (2z-\sqrt{x^2+y^2})dl$, L: $\begin{cases} x=\cos t\\ y=\sin t\\ z=t;\ \ 0\le t\le 2\pi\end{cases}$
5. $\int\limits_l \sqrt{x^2+y^2}\,dl \quad L:\quad x^2+y^2=2x$

VIII. Вычислить криволинейный интеграл по координатам (II рода)::

1. $\int_L (x^2-2xy)dx+(y^2-2xy)dy$, L: дуга параболы $y=x^2, -1\le x\le 1$
2. $\int_L xdx+ydy+(x+y-1)dz$, L: прямая AB $A(1;1;1); B(2;3;4)$.
3. $\int\limits_\gamma \left(x^2+y\right)dx+\left(x-y^2\right)dy,\quad \gamma=\cup AB: y=3+x^2, A(0;3), B(2;7).$
4. $\oint_L (x+y)^2\,dx-(x^2+y^2)dy$, L: треугольник ABC с вершинами $A(1;1); B(3;2)$; $C(3;5)$
5. $\oint_L (x-y)\,dx+(x^2-y^2)dy$, L: $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$

IX.

1. Вычислить поверхностный интеграл $\iint_S (x^2+y^2)\ ds$, где S: часть конической поверхности $z^2=x^2+y^2$, заключенной между $z=0$ и $z=1$
2. Найти площадь поверхности конуса $z^2=x^2+y^2$, заключенной внутри цилиндра $x^2+y^2=2y$
3. Вычислить криволинейный интеграл $\oint y^2dx-x^2dy+z^2dz$ по контуру С, образованному при пересечении параболоида $x^2+z^2=1-y$ с координатными плоскостями
4. Найти поверхностный интеграл II рода $\iint_S y\ dydz+xdxdz+zdxdy$ через треугольник, образованный пересечением плоскости $x-y+z=1$ с координатными плоскостями.
5. Найти поверхностный интеграл II рода $\iint_S x\ dydz-ydxdz+(1-z)dxdy$ через полную поверхность конуса $z^2=x^2+y^2,\ 0\le z\le H$