

Вопросы по курсу «Математический анализ» (2 семестр)

Раздел 1. Определенный интеграл.

1. Площадь криволинейной трапеции.
2. Разбиение отрезка. Интегральная сумма.
3. Определение определенного интеграла.
4. Линейность определенного интеграла.
5. Аддитивность определенного интеграла.
6. Интегрирование неравенств.
7. Ограниченность интегрируемой функции.
8. Примеры неинтегрируемых функций.
9. Классы интегрируемых функций: непрерывные, монотонные, кусочно-непрерывные.
10. Теорема о среднем.
11. Интеграл как функция верхнего предела.
12. Формула Ньютона-Лейбница.
13. Замена переменной в определенном интеграле.
14. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
15. Вычисление площади плоской фигуры в декартовых, полярных, параметрических координатах.
16. Вычисление длины кривой, заданной параметрически.
17. Длина кривой, заданной в декартовых или полярных координатах.
18. Объём тела вращения.
19. Площадь поверхности вращения.
20. Несобственные интегралы с бесконечными пределами.
21. Несобственные интегралы от неограниченных функций.
22. Признак сравнения.
23. Предельный признак сравнения.
24. Интегралы от степенных функций.
25. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов.
26. Признак Дирихле.

Раздел 2. Ряды.

27. Понятие числового ряда. Частичные суммы. Примеры сходящихся и расходящихся рядов. Геометрическая прогрессия.
28. Вычисление суммы ряда.
29. Необходимое условие сходимости.
30. Признак сравнения.
31. Предельный признак сравнения.
32. Признак Даламбера.
33. Радикальный признак Коши.
34. Интегральный признак Коши. Ряды Дирихле.
35. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.
36. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
37. Оценка остатка знакочередующегося ряда.
38. Функциональные ряды. Поточечная сходимость.

39. Область сходимости функционального ряда.
40. Равномерная сходимость функциональной последовательности.
41. Равномерная сходимость функционального ряда.
42. Признак Вейерштрасса.
43. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.
44. Степенные ряды. Теорема Абеля.
45. Радиус, интервал и область сходимости степенного ряда.
46. Почленное интегрирование и дифференцирование степенного ряда.
47. Ряды Тейлора и Маклорена.
48. Необходимое и достаточное условия разложения функции в ряд Тейлора.
49. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.
50. Применение степенных рядов к вычислению приближённых значений функции.
51. Применение степенных рядов к вычислению интегралов.

Раздел 3. Функции нескольких переменных.

52. Функции n переменных, n -мерное действительное пространство.
53. Расстояние между точками, окрестности в \mathbb{R}^n .
54. График функции двух переменных.
55. Линии и поверхности уровня.
56. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
57. Точки, линии, поверхности разрыва.
58. Частные производные.
59. Дифференцируемость функции нескольких переменных, связь с частными производными.
60. Дифференциал функции нескольких переменных.
61. Геометрический смысл частных производных и дифференциала функции двух переменных.
62. Дифференцирование сложных функций нескольких переменных.
63. Полная производная.
64. Инвариантность первого дифференциала.
65. Градиент функции нескольких переменных.
66. Производная по направлению.
67. Свойства градиента.
68. Дифференцирование неявных функций.
69. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
70. Частные производные высших порядков.
71. Перестановка порядка дифференцирования.
72. Дифференциалы высших порядков.
73. Знакоопределенность второго дифференциала.
74. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.
75. Экстремумы функции нескольких переменных.
76. Необходимые условия экстремума. Стационарные точки функции.
77. Достаточные условия экстремума.
78. Условный экстремум. Функция Лагранжа.
79. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции, непрерывной на ограниченном замкнутом множестве.

Раздел 4. Кратные интегралы.

80. Определение двойного интеграла.
81. Свойства двойного интеграла.
82. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах, повторные интегралы.
83. Изменение порядка интегрирования.
84. Геометрический смысл двойного интеграла.
85. Механический смысл двойного интеграла.
86. Тройной интеграл. Определение и свойства.
87. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.
88. Замена переменных в двойном интеграле.
89. Якобиан преобразования координат.
90. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
91. Замена переменных в тройном интеграле.
92. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических координатах.
93. Вычисление тройного интеграла в сферических координатах.
94. Приложения (геометрические и физические) двойного и тройного интегралов.
95. Элементы теории кривых. Гладкие, кусочно-гладкие кривые. Ориентация кривой.
96. Параметрически заданные кривые. Кривые в декартовых и полярных координатах.
97. Криволинейный интеграл первого рода, его свойства, вычисление.
98. Криволинейный интеграл второго рода, его свойства, вычисление.
99. Геометрические и физические приложения криволинейных интегралов.
100. Формула Грина.
101. Элементы теории поверхностей. Гладкие, кусочно-гладкие поверхности. Ориентация поверхности.
102. Поверхностный интеграл первого рода, его свойства.
103. Поверхностный интеграл второго рода, его свойства.
104. Вычисление поверхностных интегралов в декартовых координатах.
105. Геометрические и физические приложения поверхностных интегралов
106. Элементы теории векторных полей. Дивергенция и ротор. Циркуляция.
107. Формула Остроградского-Гаусса.
108. Формула Стокса.