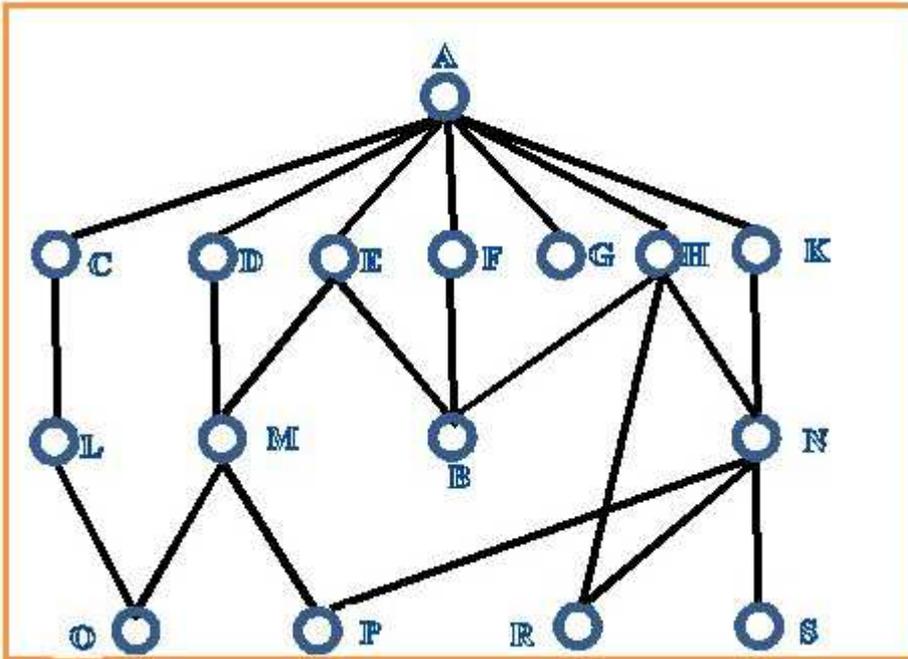


Полная вероятность. Формула Байеса.

- 1) Имеются две урны с шарами. В первой урне 3 белых и 4 чёрных шара, во второй – 6 белых и 4 чёрных шара. Наудачу выбирают одну урну и вынимают сразу 2 шара. Какова вероятность того, что оба шара белые? Ответ: $P(A) = 5/21$
- 2) Пусть имеем три урны с шарами. В первой урне 7 белых и 3 черных шара. Во второй урне 7 белых и 7 черных шаров. В третьей урне 3 белых и 7 черных шаров. Наугад выбрали одну урну. Из этой урны наугад вынули шар. Какова вероятность, что этот шар белый? Какова вероятность, что этот шар черный? Какова вероятность, что этот шар красный? Ответ: $1/2; 1/2; 0$.
- 3) В двух ящиках имеется по 15 деталей, из которых по 3 бракованных, в третьем 20 деталей, из которых 2 бракованных. Какова вероятность взять бракованную деталь из наудачу выбранного ящика? Если известно, что деталь бракованная, какова вероятность, что она из третьей урны? Ответ: $1/6; 1/5$.
- 4) Три завода выпускают одинаковую продукцию. Первый завод выпускает 20% всей продукции, второй -30%, остальное - третий. Как правило, у первого завода 10% бракованных изделий, у второго - 15%, у третьего -5%. Найти вероятность того, что купленное изделие будет бракованным. Если известно, что купленное изделие бракованное, найти вероятность того, что это продукция второго завода. Ответ: $0,09; 0,5$.
- 5) В группе спортсменов 15 лыжников, 8 сноубордистов и 7 саночников. Вероятность выполнить квалификационную норму составляет для лыжника - 0,8; для сноубордиста - 0,75; для саночника - 0,9. Спортсмен выполнил норму. Какова вероятность, что это был лыжник? Ответ: $0,81; 4/81 \approx 0,049$.
- 6) На II факультете учится в 4 раза студентов больше, чем на I, а на III – в 5 раз больше, чем на первом. На I факультете 10% студентов не сдали сессию, на втором и третьем – по $1/4$ части. Студент Иванов не сдал сессию. Найти вероятность того, что он учится на втором факультете. Ответ: $20/47 \approx 0,426$.
- 7) Количество студентов в трех группах относится как 2:3:5. В первой группе вероятность получения стипендии 0,7, во второй и третьей – по 0,5. Студент Петров получает стипендию. Какова вероятность, что он не из первой группы?
- 8) Имеется 5 урн следующего состава: в первой и второй урнах - по 2 белых и 3 черных шара в каждой; в третьей и четвертой урнах - по 1 белому и 4 черных шара; в пятой урне - 4 белых и 1 черный шар. Из одной наудачу выбранной урны взят шар. Он оказался белым. Чему равна при этом вероятность того, что шар вынут из пятой урны? Ответ: $2/5$.
- 9) В корзине три красных и семь зелёных яблок. Из корзины вынули одно яблоко и не глядя отложили в сторону. После этого из корзины достали ещё одно яблоко, которое оказалось зелёным. Найти вероятность того, что первое яблоко, отложенное в сторону, также было зелёным. Ответ: $6/9$.
- 10) В урне 5 белых и 11 черных шаров. Два шара извлекаются по очереди. Какова вероятность того, что второй шар будет черным? Какова вероятность того, что первый шар – белый, если известно, что второй шар – черный? Ответ: $11/16; 1/3$
- Ответ: $0,259$.
- 11) В первом ящике 2 белых и 4 черных шара, а во втором – 3 белых и 1 черный шар. Из первого ящика переложили во второй два шара. Найти вероятность того, что шар, вынутый из второго ящика после перекладывания, окажется белым.

Ответ: 11/18.

12) На рисунке изображена схема дорог. Найти вероятность того, что турист, вышедший из пункта А, попадет в пункт В, если на развилке он наугад выбирает любую дорогу (кроме обратной).



13) Имеется 10 одинаковых урн, из которых в девяти находятся по два черных и по два белых шара, а в одной – 5 белых и 1 черный шар. Из урны взятой наудачу, извлечен белый шар. Найти вероятность того, что шар извлечен из урны, содержащей 5 белых шаров.

Ответ: 5/32.

14) Предположим, что 25% всех мужчин и 55% всех женщин блондины. Наугад выбранное лицо оказалось блондином. Какова вероятность, что это мужчина? (Считать, что мужчин и женщин одинаковое число.)

Ответ: 5/16.

15) Илья Муромец выбирает путь. Вероятность того, что он пойдет прямо, равна $1/3$, налево - $1/4$, в остальных случаях ему остается идти направо. На выбранном пути он встретит Соловья-Разбойника с вероятностями $\frac{1}{10}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$ соответственно. Какова вероятность их встречи?

Ответ: 1/5.

16) Старик обращается к золотой рыбке с тремя различными просьбами. Вероятность того, что он попросит новое корыто для своей старухи в первый раз, равна 0,7. Во второй и третий - 0,2 и 0,1. Вероятности исполнения просьбы рыбкой - 0,8, 0,3 и 0,1 соответственно. Какова вероятность приобретения стариком нового корыта? Если старик все-таки получил новое корыто, какова вероятность, что это произошло сразу?

Ответ: 0,63; 8/9.

17) (Задача Пункаре). В игорном клубе половина игроков честные, половина – шулеры. Вероятность вытащить из колоды короля равна $1/8$. Для шулера эта вероятность равна 1. Сидящий перед вами игрок вытаскивает из колоды короля с первого раза. Какова вероятность, что перед вами шулер?

Ответ: 8/9.

18) Группа студентов состоит из 5 отличников, 10 хорошо успевающих студентов и 10 занимающихся слабо. Отличники на предстоящем экзамене могут получить только отличные оценки; хорошо успевающие могут получить с равной вероятностью хорошие и отличные оценки; слабо занимающиеся могут получить с равной вероятностью хорошие, удовлетворительные и неудовлетворительные оценки. Для сдачи экзамена наугад вызван один студент. Найти вероятность того, что это слабо занимающийся студент, если он получил «хорошо».

Ответ: 2/5.

19) Партия микросхем, среди которых 10% неисправных, поступила на проверку. Используется упрощенный тест проверки, по которому с вероятностью 0,95 дефектная микросхема признается дефектной, и с вероятностью 0,03 исправная микросхема признается дефектной. Наудачу протестированная микросхема признана дефектной. Какова вероятность того, что на самом деле микросхема является исправной?

Ответ: $27/122 \approx 0,221$.

20) Глаша пошла за кормом для своей кошки. В магазине 60% корма – это «Вискас», 25% – «Фрискас», остальное – «Китекат». Вероятность того, купленный корм понравится кошке для «Вискаса» равна 0,6; для «Фрискаса» и «Китеката» – 0,9 и 0,5 соответственно. Купленный корм понравился кошке. Какова вероятность, что это был «Фрискас»?

Ответ: $15/44 \approx 0,341$.

21) Вероятность того, что недельный доход торговца мороженым превысит 5000 руб., при солнечной погоде равна 90%, при переменной облачности 50%, а при дождливой погоде – 10%. Найти вероятность того, что на следующей неделе доход превысит 5000 руб., если гидрометцентр предсказывает 2 дня дождливых, 2 дня с переменной облачностью, а остальные дни – солнечные.

Ответ: $39/70 \approx 0,557$.

22) Закодированный текст содержит 40% А-символов и 60% В-символов. Вероятность ошибки при передаче А-символа равна 0,15, при передаче В-символа – 0,2. Найти вероятность получения ошибочного символа. Если принятый символ ошибочный, то какова вероятность, что ошибка произошла в А-символе?

Ответ: 0,18; $1/3$.

23) По линии связи с вероятностями 0,84 и 0,16 соответственно передаются два сигнала А и В. Из-за помех $1/6$ часть переданных сигналов А искажается и принимается как сигнал В, а $1/8$ часть переданных сигналов В принимается как сигнал А. 1) Какова вероятность того, что при приёме появится: а) сигнал А; б) сигнал В? 2) Известно, что принят сигнал А. Какова вероятность того, что он же и был передан?

Ответ: 0,72; 0,28; $35/36 \approx 0,972$.

24) Из 28 студентов, пришедших на экзамен, 9 подготовлены отлично (знают все 30 вопросов к экзамену), 5 – хорошо (знают 24 вопроса), 7 – посредственно (знают 16 вопросов), остальные – плохо (знают 10 вопросов). Вызванный наугад студент ответил на все 3 вопроса билета. Какова вероятность того, что он подготовлен: а) отлично; б) хорошо; в) посредственно; г) плохо?

Ответ: а) $609/857 \approx 0,711$; б) $506/2571 \approx 0,197$; в) $196/2571 \approx 0,076$; г) $14/857 \approx 0,016$.

25) Федя играет в футбол за команду «Факел». Известно, что его команда выигрывает в ясный день с вероятностью 0,8, а в дождливый день эта вероятность равна 0,4. В сентябре одна треть всех дней – дождливые. Вероятность дождливого дня в сентябре равна 0,3. Известно, что в этом месяце они выиграли некоторую игру. Какова вероятность, что в тот день: а) шел дождь?; б) был ясный день?

Ответ: 0,2; 0,8

26) В магазин поступили электрические лампочки одного типа, изготовленные на четырех ламповых заводах: с 1-го завода 250 шт., со 2-го — 525 шт., с 3-го — 275 шт. и с 4-го — 950 шт. Вероятность того, что лампочка прогорит более 1500 часов, для 1-го завода равна 0,15, для 2-го — 0,30, для 3-го — 0,20, для 4-го — 0,10. При раскладке по полкам магазина лампочки были перемешаны. Какова вероятность того, что купленная лампочка прогорит более 1500 часов?

Ответ: $69/400 \approx 0,1725$.

27) Прибор может работать в двух режимах: нормальном и аварийном. Аварийный режим наблюдается в 5% случаях работы прибора. Вероятность выхода прибора из строя в нормальном режиме равна 0,05, а в аварийном – 0,9. Найти полную вероятность выхода прибора из строя.

Ответ: 0,0925.

28) Статистика запросов кредитов в банке такова: 10% – государственные органы, 20% – другие банки, остальные – физические лица. Вероятности того, что кредит не будет возвращен, составляют 0,01, 0,03 и 0,25 соответственно. Найти, какая доля кредитов в среднем не возвращается.

Ответ: 0,182.

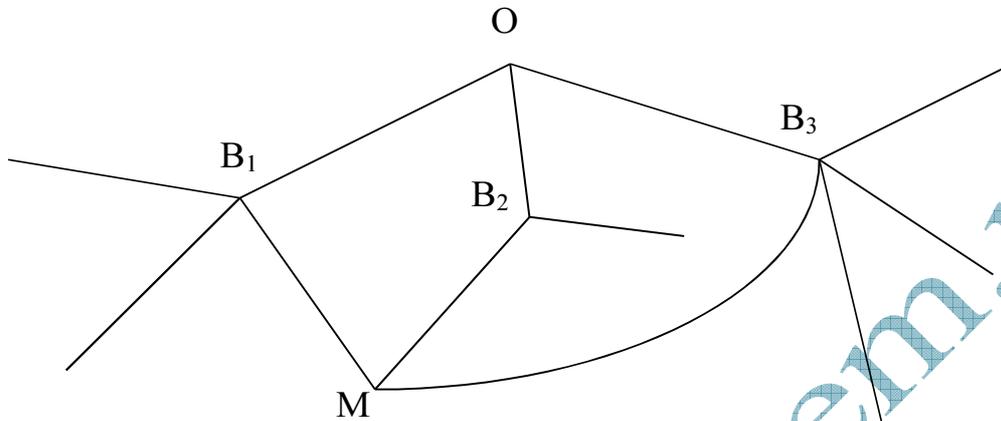
29) Среди однокурсников Феде 45% обучаются по специальности «ИТ» и 55% по специальности «ИС». В среднем 35 из 115 студентов специальности «ИТ» и 20 из 85 специальности «ИС» имеют

каждую сессию «хвосты». Федя не имеет «хвостов». Найти вероятность этого события. Если это так, что более вероятно: он учится на специальности «ИТ» или «ИС»?

Ответ: ИТ. Так как $p_{\text{ИТ}} = \frac{1071}{2083} \approx 0,514$, $p_{\text{ИС}} = \frac{1012}{2083} \approx 0,486$

30) На рисунке изображена схема дорог. Туристы выходят из пункта О, выбирая наугад на разветвлении дорог один из возможных путей. Какова вероятность того, что туристы попадут в пункт М?

Ответ: 13/36.



31) Известно, что 50% всех преступлений в Лондоне совершают люди Мориарти, 25% - шайка Сильвиуса и лишь 25% - остальные преступники. Известно, что лишь в 10% преступлений люди Мориарти идут на убийство, у шайки Сильвиуса и остальных преступников убийством отягощены соответственно 20% и 30% преступлений. Известно, что вместе данные преступные сообщества не работают. Какова вероятность того, что случайно выбранное преступление в Лондоне отягощено убийством? Преступление, которое расследуют сейчас, отягощено убийством. Какова вероятность, что оно совершено людьми Мориарти?

Ответ: 0,175; 2/7.

32) Глаша любит играть в теннис. У нее в коробке есть 3 новых и 3 уже использованных теннисных мяча. Для первой игры она наудачу берет из коробки 2 мяча и после игры возвращает их в коробку. Какова вероятность для второй игры из этой коробки наудачу вынуть два новых мяча?

Ответ: 2/25.

33) Федя пришел в тир. В шкафу находятся 5 винтовок, 3 из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что наш стрелок поразит мишень при выстреле из обычной винтовки, равна 0,6. Оптический прицел увеличивает вероятность попадания на треть. Федя попал в цель. Найти вероятность того, что он это сделал из винтовки с оптическим прицелом.

Ответ: $27/40 = 0,675$.

34) При рентгеновском обследовании вероятность обнаружить заболевание туберкулезом у больного туберкулезом равна 0,9. Вероятность принять здорового человека за больного равна 0,01. Пусть доля больных туберкулезом по отношению ко всему населению равна 0,001. Найти вероятность того, что человек здоров, если он был признан больным при обследовании.

Ответ: $111/121 \approx 0,917$.

35) Из 19 студентов, пришедших на экзамен, 7 человек выучили все 40 экзаменационных вопросов, 5 человек выучили 30 вопросов, 4 человека выучили 20 вопросов, остальные - 10 вопросов. Студент получил 2 вопроса и ответил на оба. Найти вероятность, что он выучил не все вопросы.

Ответ: $307/853 \approx 0,360$.

36) Число грузовых автомашин, проезжающих по автомагистрали, на которой стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин, проезжающих по тому же шоссе, как 3:5. Известно, что каждая десятая легковая и каждая двадцатая грузовая машины заправляются на этой бензоколонке. На заправку подъехала машина. Найти вероятность того, что это грузовая машина.

Ответ: 3/13.

37) В ящике хранятся детали, изготовленные на трех станках. Производительности станков относятся как 3:3:4. При этом первый станок производит 10% бракованных деталей, а второй и

третий по 15% бракованных деталей. Какова вероятность наудачу достать бракованную деталь из ящика?

Ответ: 0,135.

38) В институте 4 факультета. На втором факультете учатся в 2 раза больше студентов, чем на третьем, на третьем в 3 раза больше, чем на первом, на четвертом в 5 раз больше, чем на первом. Количество блондинок: 10%, 5%, 20% и 15% соответственно. Студентка Глаша – блондинка. Какова вероятность, что она учатся на первом или втором факультетах?

Ответ: $8/35 \approx 0,229$.

39) Из двенадцати лотерейных билетов пять выигрышных. Билеты вытягиваются по одному без возвращения. Какова вероятность того, что во второй раз вытянут выигрышный билет?

Ответ: $5/12$.

40) Из трамвайного парка случайным образом выходят 4 трамвая №1 и 8 трамваев №2. Какова вероятность того, что 1) первый по порядку вышедший трамвай будет №1? 2) второй по порядку вышедший трамвай будет №1?

Ответ: $1/3$; $1/3$.

41) Федя выучил 20 билетов из 30. Найти вероятность того, что он получит знакомый билет, если он берет билет 1) первым; 2) вторым; 3) третьим.

Ответ: $P = 2/3$.

42) Среди N экзаменационных билетов m «счастливых». Студенты подходят за билетами один за другим. У кого больше вероятность взять «счастливым» билет: у того, кто подошел первым или у того, кто подошел вторым? Или у того, кто подошел третьим?

Ответ: одинаково; одинаково.

43) Из 5 стрелков 2 попадают в цель с вероятностью 0,6 и 3 – с вероятностью 0,4. а) Что вероятнее: попадет в цель наудачу выбранный стрелок или нет? б) Наудачу выбранный стрелок попал в цель. Что вероятнее: принадлежит он к первым двум или к трем последним?

Ответ: не попадет; равновероятно.

44) Глаша собирает на даче яблоки и складывает их в корзину. В первой корзине 2 красных и 7 зеленых яблок, а во второй 3 красных и 1 зеленое яблоко. Глаша переложила одно яблоко из первой корзины во вторую, а затем взяла одно яблоко из второй корзины. Какое событие более вероятно: оно красное или зеленое? Если известно, что из второго ящика достали красное яблоко, найти вероятность того, что из первой корзины во вторую переложили зеленое яблоко.

Ответ: $P(A) = \frac{29}{45}$, $P(H_2|A) = 21/29$

45) В одной коробке лежат 4 красных и 6 синих шаров, в другой – 3 красных и 4 синих. Из первой коробки во вторую переложили наугад один шар, затем из второй коробки достали 2 шара. Какова вероятность, что оба шара синие? Если это событие произошло, то какова вероятность того, что переложивший шар также был синим?

Ответ: $P(A) = 3/10$, $P(H_2|A) = 5/7$.

46) В урну, содержащую 10 шаров, опущен белый шар, после чего наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если все предположения о первоначальном составе шаров (по цвету) равновозможны.

Ответ: $P(A) = 6/11$

47) В первой урне лежат 8 белых и 12 черных шаров, во второй урне - 4 белых и 15 черных шаров. Из первой урны во вторую перекладывается один шар, затем из второй урны извлекается шар. Какова вероятность того, что извлеченный шар белый?

Ответ: $11/50$.

48) В каждой из двух урн содержится по 7 черных и 8 белых шариков. Из первой урны случайным образом вынимают два шара, а потом один из них перекладывают во вторую урну. Найти вероятность того, что шар, который достали из второй урны окажется черным.

Ответ: $7/15$.

49) В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых; во второй урне 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров наудачу взяли один шар. Найти вероятность того, что взят белый шар.

Ответ: $1/2$.

50) В каждой из трёх корзин находится по семь красных яблок и три зелёных. Из первой корзины наудачу достали одно яблоко и переложили во вторую, затем из второй корзины наудачу достали яблоко и переложили в третью. Найти вероятность того, что яблоко, наудачу извлечённое после этих манипуляций из третьей корзины, окажется красным. Ответ: $0,7$

51) В первой урне 2 белых и 3 черных шарика, во второй 1 белый и 2 черных, а в третьей 3 белых и 1 черный. Шары переложили следующим образом: один из 1-й во вторую урну, затем один из второй в третью, затем один из третьей в первую. Найти вероятность того, что при этом первоначальный состав шаров не изменился. Если состав не изменился, какова вероятность, что при этом из первой во вторую урну переложили белый шар? Ответ: $0,49$; $4/7$

52) После двух выстрелов двух стрелков, вероятности попаданий которых равны $0,6$ и $0,7$, в мишени оказалась одна пробоина. Найти вероятность того, что попал первый стрелок. Ответ: $9/23 \approx 0,391$

53) Два охотника одновременно стреляют в цель. Известно, что вероятность попадания у первого охотника равна $0,8$, а у второго – $0,6$. В результате первого залпа оказалось одно попадание в цель. Чему равна вероятность того, что промахнулся первый охотник? Ответ: $3/11 \approx 0,273$

54) Три стрелка произвели залп, причем цели достиг один выстрел. Вероятность попадания первого стрелка – $0,6$; второго – $0,8$; третьего – $0,7$. Найти вероятность того, что попал второй стрелок.

Ответ: $24/47 \approx 0,511$.

55) Трое не очень опытных охотников одновременно выстрелили по медведю, который был убит одной пулей. Определить вероятность того, что медведь был убит первым стрелком, если вероятности попадания для этих стрелков равны соответственно $0,3$; $0,4$; $0,5$.

Ответ: $9/44 \approx 0,205$.

56) Два охотника одновременно и независимо стреляют в кабана. Известно, что 1-й попадает с вероятностью $0,8$, а 2-й – с вероятностью $0,4$. Кабан убит, в нем обнаружена одна пуля. Как делить кабана? Ответ: в пропорции $6:1$

57) При одном попадании мост разрушается с вероятностью $p_1 = 0,3$, а при двух – с вероятностью $p_2 = 0,9$. Вероятность попадания при первом выстреле равна $0,6$, а при втором $0,8$. Найти вероятность того, что мост будет разрушен. Если мост разрушен, какова вероятность, что было одно попадание? Ответ: $0,564$; $11/47$

58) Батарея из трех орудий произвела залп, причем два снаряда попали в цель. Найти вероятность того, что первое орудие попало в цель, если вероятности попадания для орудий равны соответственно $0,4$; $0,6$; $0,7$. Ответ: $46/109 \approx 0,422$

59) Вероятности попадания при каждом выстреле для трех стрелков равны соответственно $4/5$, $3/4$, $2/3$. При одновременном выстреле всех трех стрелков имеется два попадания. Определить вероятность того, что промахнулся третий стрелок. Ответ: $6/7 \approx 0,857$

60) Три охотника вышли на охоту и встретили медведя. Вероятность попадания каждым из охотников равна $0,6$. Вероятность убить медведя при одном попадании равна $0,3$, при двух – $0,6$, при трех выстрелах медведь наверняка убит. Какова вероятность того, что охотники вернутся с охоты с медведем, если каждый из них выстрелит по одному разу? Охотники добыли медведя. Какова вероятность того, что все три охотника попали по медведю? Ответ: $0,5616$; $5/13 \approx 0,385$

61) Из полного набора домино (28 костей) наудачу берутся 2 кости. Какова вероятность того, что вторую кость можно приложить к первой по правилам домино? Ответ: $7/18 \approx 0,389$

62) В Скотланд-Ярде дежурят Лестрейд, Хопкинс и Грегсон. Лейстрейд забирает половину всех дел, Хопкинс и Грегсон делят остальные поровну. Вероятности раскрытия преступлений у них соответственно p_1, p_2, p_3 . Вместе сыщики не работают. А) Выясните, в каких границах лежит вероятность раскрытия преступления Скотланд-Ярдом, если известно, что $p_1 \in [0,2; 0,5]$, что $p_2 \in [0,2; 0,5]$, что $p_3 \in [0,1; 0,4]$, В) Найдите число p_1 , если $p_2 = 0,3$, $p_3 = 0,4$, а вероятность того, что наудачу выбранное раскрытия преступления Скотланд-Ярдом равна $0,5$. С) Известно, что вероятность того, что наудачу выбранное раскрытое преступление окажется раскрытым

Лестрейдом, $1/3$. Не стоит ли выгнать Грегсона и Хопкинса, поручив все дела Лестрейдю. Д) Выясните, какой должна быть вероятность того, что раскрытое преступление было раскрыто Лестрейдом, чтобы предложенное выше сокращение кадров было оправдано.

Ответ: $[0,175; 0,475]$; $0,65$; нет; $> 0,5$.

www.matematem.ru