

Геометрическая вероятность.

1. Во время грозы на участке между 40-м и 70-м км телефонной линии произошел обрыв провода. Считая, что обрыв равновозможен в любой точке, найти вероятность того, что он произошел между 40-м и 45-м км. Ответ: $1/6$.
2. На двухсоткилометровом участке газопровода между компрессорными станциями А и В происходит утечка газа, которая одинаково возможно в любой точке газопровода. Найти вероятность следующих событий: 1) утечка расположена не далее 20 км от А или В; 2) утечка расположена ближе к А, чем к В. Ответ: 1) $1/5$; 2) $1/2$.
3. При проведении инвентаризации для определения имеющегося на складе количества жидкого химического реактива используется измерительный прибор с ценой деления шкалы 0,2 литра. Показания прибора округляются до ближайшего деления шкалы. Найти вероятность того, что ошибка округления не превысит 0,04 л. Ответ: 0,4.
4. Маша тратит на дорогу в институт от 40 до 60 минут, в зависимости от дорожной ситуации. Любое время в этом промежутке является равновероятным. Найти вероятность того, что сегодня она потратила на дорогу от 40 до 45 минут. Ответ: $1/4$.
5. До института Петя может доехать одним из двух автобусов. Первый подъезжает каждые 15 минут, второй – каждые 25 минут. Какова вероятность того, что в ближайшие 10 минут Петя уедет? Ответ: 0,8.
6. На отрезке длины 21 см помещен меньший отрезок длины 7 см. Найти вероятность того, что точка, наудачу поставленная на больший отрезок, попадет также на меньший отрезок.
7. В круг радиуса R помещен меньший круг радиуса r . Найти вероятность того, что точка, наудачу брошенная в большой круг, попадет также: а) и в малый круг; б) в кольцо, образованное построенными окружностями.
8. Внутри круга радиуса R наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг: а) квадрата; б) правильного треугольника
9. В шар брошена точка. Найти вероятность того, что точка не попадет в куб, вписанный в шар.
10. На отрезке OA длины L числовой оси Ox наудачу поставлены 2 точки $B(x)$ и $C(y)$, причем $y \geq x$. Найти вероятность того, что длина отрезка BC меньше длины отрезка OB .
11. Наудачу выбирают числа x и y , такие, что $x \in [0; 2]$, $y \in [0; 1]$.
 - 1) Какова вероятность того, что $x \leq \frac{1}{3}$, $y \geq \frac{2}{3}$;
 - 2) Какова вероятность того, что $y \geq 2x$;
 - 3) Какова вероятность того, что $xy \geq \frac{1}{4}$;
 - 4) Какова вероятность того, что $y \geq \sin x$.Ответ: 1) $\frac{1}{18}$; 2) $\frac{1}{8}$; 3) $\frac{7-\ln 8}{8} \approx 0,615$; 4) $\frac{1+\cos 2}{2} \approx 0,292$.
12. Два незнакомых мафиози пытаются убить друг друга. Первый приходит к месту встречи от 12.00 до 13.00, мгновенно и незаметно оставляет мину, которая взорвется через 10 минут, ждет 5 минут и уходит. Второй также приходит от 12.00 до 13.00, оставляет свою мину, которая взорвется через 15 минут, ждет 10 минут и уходит.
 - 1) Какова вероятность того, что мафиози встретятся?
 - 2) Какова вероятность гибели второго мафиози?
 - 3) Какова вероятность гибели первого мафиози?
 - 4) Какова вероятность гибели обоих мафиози?Ответ: а) $\frac{67}{288}$; б) $\frac{11}{72}$; в) $\frac{19}{288}$; г) 0.
13. Коля и Женя договорились встретиться в метро в первом часу дня. Коля приходит на место встречи между полуднем и часом дня, ждет 10 минут и уходит. Женя поступает точно так же. Какова вероятность того, что они встретятся? Как изменится вероятность встречи, если Женя решит прийти раньше половины первого, а Коля придет по-прежнему – между полуднем и часом? Как изменится вероятность встречи, если Жени решит прийти в произвольное время с 12.00 до 12.50, а Коля, по-прежнему, между 12.00 и 13.00?

14. Маша, Петя и его старший брат Дима договорились встретиться в библиотеке от 10.00 до 11.00. Решили ждать друг друга не более 10 минут. Найти вероятность того, что:
- 1) они все встретятся;
 - 2) встретятся двое из троих.
- Ответ: а) $\frac{2}{27}$; б) $\frac{83}{108}$.
15. На плоскости начерчены две концентрические окружности, радиусы которых 5 и 10 см соответственно. Найти вероятность того, что точка, брошенная наудачу в большой круг, попадет также и в кольцо, образованное построенными окружностями. Ответ: 0.75
16. На отрезок OA длины L числовой оси наудачу брошены точки B и C , причем $OC < OB$. Найти вероятность того, что расстояние $BC < L/2$. Ответ: 0.75
17. На отрезок OA длины L числовой оси наудачу брошены точки B и C . Найти вероятность того, что длина отрезка BC меньше расстояния от точки O до ближайшей к ней точки. Ответ: 0.5
18. Пусть $x \in [-1, 2]$, $y \in [0, 3]$. Найти вероятность того, что $\min(3x, 2y - 1) \leq 2$.
19. Наудачу выбирают неотрицательное число x такое, что $x \leq 3$. Какова вероятность, что при этом $x \geq 1$? Ответ: $2/3$.
20. Точка (x, y) равномерно распределена в квадрате со стороной 2. Найти вероятность того, что расстояние от точки до центра квадрата не превышает 1. Ответ: $\pi/4 \approx 0,785$.
21. Точка A равномерно распределена в прямоугольнике со сторонами 2 и 3. Найти вероятность того, что:
- 1) расстояние от точки A до ближайшей стороны прямоугольника не превосходит 0,5;
 - 2) расстояния от точки A до двух сторон прямоугольника не превосходят 0,5;
 - 3) расстояние от точки A до любой стороны прямоугольника не превосходит 2;
 - 4) расстояние от точки A до точки пересечения диагоналей не превосходит $\frac{1}{\sqrt{2}}$.
- Ответ: 1) $2/3$; 2) $1/6$; 3) $1/3$; 4) $\frac{\pi}{12} \approx 0,262$.
22. На квадратной площадке со стороной 5м находятся 5 круглых столбов диаметром 20 см. Ворона летает над площадкой и хочет на нее сесть. Какова вероятность, что она сядет на какой-нибудь столб? Ответ: $\frac{\pi}{500} \approx 0,00628$.
23. Петя и Маша договорились встретиться с 12 до 13 часов возле выхода из метро «Университет», однако никто не смог точно указать время своего прихода. Они договорились ждать друг друга в течение 15 минут.
- 1) Найти вероятность их встречи.
 - 2) Найти вероятность их встречи, если Петя ждет уже 10 минут, а Маши еще нет.
- Ответ: 1) $\frac{7}{16}$; 2) $\frac{19}{288}$.
24. Два парохода должны подойти к одному и тому же причалу. Время прихода пароходов независимо и равновозможно в течение данных суток. Определить вероятность того, что одному из пароходов придется ожидать освобождения причала, если время стоянки первого парохода 1 час, а второго – 2 часа. Ответ: $139/1152$.
25. На отрезке длины L наудачу поставлены 2 точки x и y . Найти вероятность того, что а) точка x ближе к y , чем к левому концу отрезка; б) точка x дальше от y , чем от середины отрезка. Ответ: а) $3/4$; б) $5/8$.
26. На отрезке $[0; 3]$ расположены 2 числа x и y . Найти вероятность того, что $\min(x, 2y) \leq 1$. Ответ: $4/9$.
27. Наудачу составляют квадратный трехчлен $x^2 + px + q = 0$, такой, что $|p| \leq 5$, $|q| \leq 5$.
- 1) Какова вероятность того, что этот трехчлен имеет вещественные корни?
 - 2) Какова вероятность того, что этот трехчлен имеет вещественные корни разных знаков?
 - 3) Какова вероятность того, что этот квадратный трехчлен имеет два положительных корня?
 - 4) Какова вероятность того, что этот трехчлен имеет два корня, большие единицы?
 - 5) Сумма корней больше или равна -1 ?
28. На отрезок OA длины L наудачу поставлена точка B . Найти вероятность того, что меньший из отрезков OB и BA имеет длину, большую, чем $L/3$. Ответ: $2/3$.