



Диаграмма Эйлера-Вена. Теорема сложения.

1. Известно, что курс евро к рублю может возрасти с вероятностью 0,55, а курс доллара к рублю – с вероятностью 0,35. Вероятность того, что возрастут оба курса, составляет 0,3. Найти вероятность того, что курс доллара или евро возрастет. Нарисовать диаграмму Эйлера-Венна. Ответ: 0,6.
2. Дима, старший брат Феи, ищет работу. Он побывал на собеседованиях в банке и в страховой компании. Вероятность своего успеха в банке он оценивает в 0,5, а в страховой компании в 0,6. Кроме того, он рассчитывает, что с вероятностью 0,3 ему поступят предложения от двух компаний сразу. Найти вероятность того, что Дима получит хотя бы одно предложение работы. Ответ: 0,8.
3. Менеджер по кадрам разместил в интернете объявление о том, что банку требуется начальник аналитического отдела и получил 300 резюме. Из прошлого опыта известно, что вероятность того, что претендент имеет высшее экономическое образование, равна 0,5, а вероятность того, что претендент имеет опыт руководящей работы в банке, равна 0,6. В среднем, только 30% претендентов обладают этими достоинствами одновременно. Оценить количество претендентов, имеющих опыт руководящей работы или экономическое образование. Ответ: 240 человек.
4. Некая кампания проводит рекламу своей продукции на телевидении и в газете. Событие A состоит в том, что потенциальный покупатель увидел рекламу на телевидении, $P(A) > 0,8$. Событие B – в газете. $P(B) > 0,4$. Справедливы ли следующие утверждения: а) A и B несовместны; б) A и B противоположны; в) $P(A \cap B) > 0,2$? Ответ: нет; нет; да.

Разложение событий в сумму или произведение.

5. Известно, что в среднем 5% изделий некоторой фирмы бракованные. Взяли наугад на проверку 2 изделия. Какова вероятность того, что ровно одно из этих двух изделий будет забраковано? Хотя бы одно? Не меньше одного?
6. На автомобиле директора банка, представляющем большой интерес для угонщиков, установлены электронная сигнализация и механическая блокировка рычага переключения передач. Вероятность того, что угонщик справится с сигнализацией, равна 0,2, а вероятность того, что он сломает блокиратор, равна 0,1. Сегодня вор решил угнать автомобиль. Найти вероятность того, что у него это получится. Найти вероятность того, что угонщик справится только с одной системой защиты. Ответ: 0,02; 0,26.
7. Нефтедобывающая компания проводит буровые работы в трех местах: A, B, C . Вероятности успешного бурения соответственно $p_A = 0,7$, $p_B = 0,4$, $p_C = 0,5$. События, заключающиеся в успешном бурении в A, B, C независимы. Найти вероятность того, что: а) только одно бурение окажется успешным; б) хотя бы одно бурение окажется успешным; в) ровно 2 бурения окажутся успешными; г) все бурения окажутся успешными. Ответ: а) 0,36 б) 0,94 в) 0,14.
8. Федя решил угостить Глашу пирожными. На блюде выложены 5 пирожных разных сортов, из которых Глаша любит только 3 вида. Какова вероятность того, что из двух выбранных Феей пирожных 1) Глаша любит оба; 2) Глаша любит только одно; 3) Глаша не любит ни одного?
9. Детские игрушки хранятся в двух коробках. В одной коробке лежат 6 мишек, 5 кукол и 3 машинки, во второй – 8 мишек, 4 куклы и 7 машинок. Ребенок, играя, достанет случайным образом игрушки из коробок. Какова вероятность того, что ребенок достанет из разных коробок две одинаковых игрушки?
10. Среди 100 лотерейных билетов есть 5 выигрышных. Найти вероятность того, что 2 наудачу выбранные билета окажутся выигрышными. Ответ: $\frac{5}{100}; \frac{4}{99}$
11. В группе из 30 учеников на контрольной работе 6 учеников получили оценку «5», 10 – «4», 9 – «3», остальные – «2». К доске вызваны три ученика. Найти вероятность того, что а) все трое имеют оценку «2» за контрольную работу; б) двое из них имеют оценку «5», один – «3» за контрольную работу; в) все три ученика имеют положительную оценку (не «2») за к.р.
12. Два школьника играют в компьютерную игру. Вероятность выигрыша у первого игрока равна 0,6 а второго – 0,7. Дети играют по очереди до первого выигрыша. Каждый может играть не более двух раз. Выигравший первым получает приз. Найти 1) вероятность того, что приз получит I игрок; 2) вероятность того, что приз получит II игрок; 3) вероятность того, что кто-нибудь получит приз

13. Феде в игре нужно преодолеть 5 препятствий. Вероятность того, что он не сумеет это сделать – 0,2, 0,3, 0,5, 0,6, 0,6 соответственно. Найти вероятность того, что он дойдет до конца. Вероятность того, что он не сумеет этого сделать?
14. Маша, играя в компьютерную игру, ловит шарики. Необходимо поймать 6 штук. Вероятность успеха в каждом случае: 0,7, 0,7, 0,6, 0,5, 0,3, 0,2 соответственно. Найти вероятность того, что она поймает хотя бы один шарик. Поймает все шарики?
15. Два игрока по очереди выбирают вслепую фишку из имеющихся 2 белых и 3 черных. Побеждает тот, кто первым вытянет белую фишку. В каком отношении находятся шансы игроков на успех? Ответ: 3:2.
16. В читальном зале имеется 6 учебников по теории вероятностей, из которых 3 в переплете. Библиотекарь наудачу взял два учебника. Найти вероятность того, что 1) оба учебника окажутся в переплете; 2) только один окажется в переплете. Ответ: $p_A = 0,2$; $p_B = 0,6$.
17. Контролер проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно, равна $p = 0,9$. Найти вероятность того, что из двух проверенных изделий: а) только одно стандартное; б) оба изделия стандартны; в) хотя бы одно изделие стандартно.
18. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет только один из стрелков. б) хотя бы один из стрелков. Ответ: 0,38.
19. Федя посещает 60% лекций по теории вероятностей, Маша – 80%. Они посещают лекции независимо друг от друга. Какова вероятность, что на следующую лекцию придут оба? Хотя бы один из них?
20. По оценке экспертов два банка могут быть признаны банкротами вероятностью 0,01 и 0,05 каждый. Найти вероятность того, что оба банка будут обанкрочены.
21. Устройство содержит два независимо работающих элемента, вероятности отказа которых равны 0,05 и 0,08 соответственно. Найти вероятность того, что устройство откажет, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент. Ответ: 0,126
22. 5 стрелков имеют по одному патрону. Вероятности промахов: у первого – 0,2, у второго – 0,3, далее – 0,4; 0,5 и 0,4 соответственно. Найти вероятность того, что попадет хотя бы один стрелок. Ответ: $p = 0,9952$.
23. Из партии изделий товаровед отбирает изделия высшего сорта. Вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется высшего сорта, равна 0,8. Найти вероятность того, что из трех проверенных изделий только два изделия высшего сорта. Ответ 0,384
24. В буфете продается 7 пирожков с мясом и 10 с повидлом. Федя купил 2 пирожка, выбрав их не глядя. Какова вероятность того, что начинка в обоих пирожках будет одинаковая? Ответ: 33/68
25. Из урны, содержащей 5 белых, 4 черных и 3 красных шара достают 3 шара. Найти вероятность того, что 1) первый – белый, второй – черный, третий – красный 2) они все будут разного цвета.
26. В первой корзине 5 яблок, 11 груш и 8 апельсинов, а во второй – 8 яблок, 10 груш и 6 апельсинов. Из каждой корзины наугад берут по одному фрукту. Какова вероятность, что эти фрукты одинаковы?
27. Завод производит детали механизма трех различных типов. Среди деталей первого типа 5% бракованных, второго – 3%, третьего – 2% бракованных деталей. Механизм состоит из трех деталей и работает только в случае исправности всех трех частей. Найти процент бракованных механизмов, если все детали механизма комбинируются случайным образом?
28. Вероятность хотя бы одного попадания стрелком в мишень при трех выстрелах равна 0,973. Найти вероятность попадания при одном выстреле.
29. Стрелок делает два выстрела. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 0,7. Какова вероятность того, что а) ровно один из выстрелов попадет в цель; б) хотя бы один из выстрелов будет удачным
Ответ 0,42 ; 0,91
30. Вероятность попадания в мишень первым стрелком равна 0,2, вторым – 0,4. Стрелки стреляют по очереди, каждый по два выстрела. Попавший в мишень первым, получает приз. Найти вероятность того, что а) первый стрелок получит приз; б) второй стрелок получит приз.

31. Готовясь к экзамену по математике, Федя должен подготовить 20 вопросов по алгебре и 25 по геометрии. К сожалению, он успел подготовить только 15 вопросов по алгебре и 20 по геометрии. Билет содержит 3 вопроса, два из которых по алгебре и один по геометрии. Какова вероятность, что Федя ответит на все три вопроса и получит «5» б) ответит на любые два вопроса и получит «4»?
32. Студент выучил 20 вопросов из 30. В билете 5 вопросов. Найти вероятность того, что он ответит хотя бы на 1 вопрос. Ответ: $p = 1 - \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27 \cdot 26} = 1 - \frac{2}{1131} = 0,9982$
33. Вероятность одного попадания в цель при одном залпе из двух орудий равна 0,38. Найти вероятность поражения цели при одном выстреле первым из орудий, если известно, что для второго орудия эта вероятность равна 0,8. Ответ: $p = 0,7$.
34. Вероятность попадания в мишень стрелком при одном выстреле равна 0,8. Сколько выстрелов должен произвести стрелок, чтобы с вероятностью, меньшей 0,4, можно было ожидать, что не будет ни одного промаха?
35. Из 9 цифр от 1 до 9 наудачу отобрали 2 числа. Найти вероятность того, что одно из них меньше 3, а второе – больше
36. Вечером Феде понадобилось обменять валюту. Каждый из трех пунктов обмена валюты, расположенных поблизости, в это время работает с вероятностью $1/3$. Найти вероятность того, что Феде все же удастся обменять валюту.
37. Вероятность хотя бы одного попадания стрелком в мишень при трех выстрелах равна 0,875. Найти вероятность попадания при одном выстреле. Ответ: $p = 0,5$.
38. Вероятность успеха в одном испытании равна 0,01. Сколько испытаний нужно провести, чтобы вероятность хотя бы одного успеха была не меньше 0,5? Ответ: $n \geq \frac{\ln 0,5}{\ln 0,99} \approx 69$
39. В урне находятся 3 белых, 4 желтых и 2 черных шара. Из нее вынимают без возвращения один за другим два шара. Какова вероятность того, что сначала появится белый шар, а затем – желтый?
40. Вероятность попадания в мишень каждым из двух стрелков равна 0,3. Стрелки стреляют по очереди до первого попадания. Каждый может сделать два выстрела. Попавший в мишень первым получает приз. а) Найти вероятность того, что стрелки получают приз; б) Найти вероятность, что приз получит первый игрок; в) Найти вероятность, что приз получит второй игрок. Ответ: $p(A) = 0,7599$; $p(B) = 0,447$; $p(C) = 0,3129$.
41. Четыре стрелка одновременно стреляют по цели. Вероятности попадания в цель для каждого стрелка известны: 0,7, 0,75, 0,7 и 0,65 соответственно. Чему равна вероятность того, что цель будет поражена? Ответ: 0,992125
42. Для разрушения моста достаточно попадания одной авиабомбы. Найти вероятность того, что мост будет разрушен, если на него сбросили 4 бомбы, вероятности попадания которых равны 0,3; 0,4; 0,5; 0,8 соответственно. Ответ: 18/19
43. Федя пришел на зачет, зная 15 вопросов из 20. Если он не сможет ответить на первый вопрос, ему предоставляется еще одна (но не более!) попытка. Какова вероятность сдать зачет?
44. У человека в кармане 10 ключей, из которых только один подходит к его двери. Ключи последовательно извлекаются (без возвращения), пока не появится нужный ключ. Найти вероятность того, что нужный ключ появится при 5-ом извлечении.
45. Петя и Маша пошли в поход на байдарках. После прохождения порога байдарка остается целой с вероятностью $p_1 = 0,7$, получает поломку с вероятностью $p_2 = 0,2$ и ломается полностью с вероятностью $p_3 = 0,1$. Две поломки приводят байдарку в негодность. Найти вероятность того, что после прохождения 10 порогов байдарка будет цела. Ответ: $p_1^9(p_1 + 10p_2)$
46. Девять пассажиров рассаживаются в трёх вагонах электрички. Каждый пассажир выбирает вагон наудачу. Какова вероятность того, что а) в каждый вагон сядет по три человека б) в один из вагонов сядет четверо, в другой - трое, в третий - двое? Ответ: а) $p = \frac{C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3}{3^9}$ б) $p = \frac{C_9^4 \cdot C_5^3 \cdot 3!}{3^9}$
47. В ящике всего 2012 носков – синих и красных. Может ли синих носков быть столько, чтобы вероятность вытащить наудачу два носка одного цвета была равна 0,5.
48. Монету бросают 10 раз. Найдите вероятность того, что ни разу не выпадут 2 орла подряд.
49. В Анчурии проходит чемпионат по шашкам в несколько туров. Дни и города проведения туров определяются жеребьевкой. По правилам чемпионата никакие два тура не могут пройти в одном городе, и никакие два тура не могут пройти в один день. Среди болельщиков устраивается лотерея: главный приз получает тот, кто до начала чемпионата правильно угадает, в каких городах и в какие дни пройдут все туры. Если никто не угадает, то главный приз перейдет в распоряжение оргкомитета чемпионата. Всего в Анчурии восемь городов, а на чемпионат

отведено всего восемь дней. Сколько туров чемпионата должен назначить оргкомитет, чтобы с наибольшей вероятностью получить главный приз самому? Ответ: один.

50. В списке для подготовки к экзамену 40 вопросов. Из них составляют 20 билетов по 2 вопроса в каждом (вопросы не повторяются). Глаша выучила только 35 вопросов. Найти вероятность того, что Глаша сдаст экзамен, если для этого нужно ответить на оба вопроса в билете или на один вопрос билета и один дополнительный вопрос из списка. Ответ: 714/741

51. Из корзины, в которой лежат 10 апельсинов и 20 яблок, наудачу достают 2 фрукта. Один из них оказался яблоком. Оба вытащенных фрукта перекладывают в другую корзинку и затем из этой корзинки достают один фрукт. Найти вероятность того, что достали 1) апельсин 2) яблоко. Ответ 5/29; 24/29

52. Сколько раз нужно подбрасывать 2 игральные кости, чтобы вероятность хотя бы один раз получить 2 шестерки была больше половины? Решение: $1 - \left(\frac{35}{36}\right)^n > 0,5; n \geq 25$

53. Некто нашел чужую банковскую карточку. Найти вероятность того, что ему хватит а) двух попыток б) трех попыток, чтобы угадать неизвестный 4-значный код. Ответ: $P_A = \frac{2}{10^4}; P_B = \frac{3}{10^4}$.

54. А и Б стреляют в тире, но у них есть только один шестизарядный револьвер с одним патроном. Поэтому они договорились по очереди случайным образом крутить барабан и стрелять. Начинает А. Найдите вероятность того, что выстрел произойдет, когда револьвер будет у А.

55. В колоде 36 карт. Федя и Глаша по очереди вытаскивают карту. Тот, кто первым достал из колоды туза, выиграл. В случае проигрыша карта возвращается в колоду и тщательно перемешивается. Какова вероятность того, что выиграет 1) Глаша 2) Федя, если Глаша тянет карту первой? Ответ 9/32

Зависимость событий.

56. Подбрасываются три монеты. Зависимы или независимы события $A = \{\text{выпадение герба на первой монете}\}$ и $B = \{\text{выпадение хотя бы одного герба}\}$?

57. Приведите пример независимых событий. Зависимых. Несовместных. Совместных. Независимых, но при этом совместных. Несовместных, но не являющимися независимыми.

58. Известно, что $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,6$, $P(A \cup B) = 0,9$. Найти $P(A \cap B)$ и выяснить, зависимы ли события А и В.

Ответ $P(A \cap B) = 0,5$, зависимы.

59. У Феи есть тетраэдр, у которого одна грань красная, одна желтая, одна синяя, а одна окрашена частями в красный, желтый и синий. Событие А состоит в появлении грани, содержащей красный цвет, В – желтый, С – синий. Зависимы или нет события А, В, С попарно и в совокупности?

Ответ: независимы попарно, но не являются независимыми в совокупности.

60. Подбрасываются три игральные кости. Событие А состоит в том, что на первой и второй костях выпало одинаковое число очков, событие В – в том, что на второй и третьей костях выпало одинаковое число очков, событие С – в том, что на первой и третьей выпало одинаковое число очков. Являются ли события А, В, С попарно независимыми? Независимыми в совокупности? Ответ: независимы попарно, но не являются независимыми в совокупности.

61. В урне есть 4 билета с номерами 112, 121, 211, 222. Извлекается случайным образом 1 билет и рассматриваются события А, В, С, состоящие в том, что цифра «1» стоит в номере билета на первом, втором и третьем местах соответственно. Являются ли эти события независимыми попарно и в совокупности?