

Формулы комбинаторики

1. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 0 1 2 3 4 5 6, если цифры в записи числа могут повторяться?
 Ответ: 42 числа.
2. Сколько трехзначных четных чисел можно составить из цифр 0 1 2 3 4 5 6, если цифры могут повторяться?
 Ответ: 168 чисел.
3. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, если цифры в числе не повторяются?
 Ответ: 60.
4. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, если цифры в числе могут повторяться?
 Ответ: 125.
5. Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, если нечетные и четные цифры в числе чередуются и не повторяются?
 Ответ: 12.
6. Сколько шестизначных чисел можно составить: а) если число не содержит цифр 8 и 9? б) если при этом цифры в записи числа не могут повторяться?
 Ответ: $7 \cdot 8^5 = 229376$; 17640.
7. Сколько всего четырехзначных чисел можно составить из цифр 1 5 6 7?
 Ответ: 4^4
8. пятизначных?
 Ответ: 4^5
9. шестизначных?
 Ответ: 4^6
10. k -значных?
 Ответ: 4^k
11. Сколько всего k -значных чисел можно составить из n цифр, среди которых нет нуля?
 Ответ: n^k .
12. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, если цифры в числе не могут повторяться и идут в порядке возрастания?
 Ответ: 9
13. Сколькими способами 6 шаров можно разложить по 10 ящикам?
 Ответ: 10^6 .
14. В конкурсе по 7 номинациям принимают участие 10 кинофильмов. Сколько существует вариантов распределения призов?
 Ответ: 10^7 .
15. Студент сдает в сессию 3 экзамена. Сколько существует различных комбинаций оценок, которые он может получить? (Оценки выставляются по пятибалльной системе).
 Ответ: 5^3 .
16. Сколько различных вариантов распределения оценок за контрольную работу может быть для трех студентов, если возможны оценки "2", "3", "4", "5"?
 Ответ: 4^3 .
17. Сколькими способами 4 шара можно разложить по 4 ящикам так, чтобы был занят каждый ящик?
 Ответ: $4! = 24$.
18. Сколько существует 6-значных дверных кодов (повторения цифр запрещены)?
 Ответ: $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = A_{10}^6 = 151200$.
19. Глаша поссорилась с Федей и не хочет ехать с ним на одном автобусе. От общежития до института с 7 до 8 утра идет 6 автобусов. Если поехать позже – опоздаешь на занятия. Сколькими

способами Глаша с Федей могут доехать до института в разных автобусах и не опоздать на занятия?

Ответ: 30

20. Фотограф выстраивает в ряд трех мужчин и четырех женщин так, чтобы мужчины и женщины чередовались. Сколькими способами он может это сделать?

Ответ: 144.

21. Сколькими способами можно выбрать тройку, семерку, туза из колоды в 52 карты?

Ответ: $4^3 = 64$.

22. В розыгрыше первенства по футболу принимают участие 18 команд. Сколькими способами могут быть распределены золотая, серебряная и бронзовая медали, если любая команда может получить только одну медаль?

Ответ: $18 \cdot 17 \cdot 16 = 4896$.

23. В информационно-технологическом управлении банка работают три аналитика, десять программистов и 20 инженеров. Сколько способов существует у начальника управления выделить для сверхурочной работы в праздничный день сотрудников, если он должен выделить а) одного сотрудника; б) двух сотрудников; в) двух сотрудников, имеющих разные должности.

Ответ: 33; 528; 290.

24. Сколько существует двузначных чисел, в которых цифра десятков и цифра единиц различные и нечетные?

Ответ: 20

25. В вазе стоят 7 гвоздик, 5 хризантем и 10 роз. а) Сколькими способами можно выбрать 1 цветок? б) Сколькими способами можно выбрать 3 различных цветка?

Ответ: 22; 350.

26. В конкурсе участвуют 8 пианистов и 12 скрипачей. Сколькими способами можно выбрать двух победителей, если а) победители должны играть на разных инструментах? б) победители должны играть на одном инструменте?

Ответ: 96; 94.

27. В кондитерской испекли 10 песочных пирожных, 15 эклеров и 18 "безе". Сколькими способами можно сформировать наборы из 3 пирожных, если: а) в набор входит один эклер? б) набор содержит по одному пирожному каждого вида?

Ответ: 5670; 2700.

28. Из пункта А в пункт В можно попасть либо с пересадкой в пункте С, либо напрямую. Из А в В ведут 10 дорог, из А в С - 8, а из В в С - 12 дорог. а) Сколько всего существует маршрутов из А в В? б) Сколько существует маршрутов из А в В с пересадкой в С?

Ответ: 106; 96.

29. В шахматном турнире принимают участие 20 человек. Между любыми двумя участниками должна быть сыграна одна партия. Сколько партий будет сыграно в турнире?

Ответ: 190.

30. В турнире принимают участие 12 команд. Каждая команда сыграла с каждой по одной игре. Сколько сыграно игр?

Ответ: 66.

31. Сколько диагоналей в выпуклом многоугольнике с 50 вершинами?

Ответ: 1175

32. Маша решила помириться с Петей, но забыла в номере его телефона 3 последние цифры. Какое максимальное число попыток понадобится Маше, чтобы дозвониться Пете?

Ответ: 1000

33. Сколькими способами можно расставить на полке 4 книги?

Ответ: $4! = 24$.

34. Сколькими способами можно высадить на клумбе в ряд 10 роз?

Ответ: $10! = 3628800$.

35. Сколько существует 6-значных дверных кодов (повторения цифр запрещены)?

Ответ: $6! = 720$.

36. Сколькими способами 5 человек могут стать в очередь друг за другом?

Ответ: $5! = 120$.

37. Сколько всего семизначных телефонных номеров, в каждом из которых ни одна цифра не повторяется? (телефонные номера могут начинаться с нуля).

Ответ: $A_{10}^7 = \frac{10!}{3!} = 604800$, или $\underbrace{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}_{7 \text{ раз}} = 604800$.

38. В офисе фирмы работают 25 человек. Сколькими способами можно выбрать комитет, состоящий из президента, 1-го, 2-го и 3-го вице-президентов?

Ответ: $A_{25}^3 = 13800$.

39. Сколькими способами можно выбрать старосту и профорга в группе студентов из 24 человек?

Ответ: $A_{24}^2 = 552$.

40. Сколько существует различных шестнадцатеричных кодов из 20 символов, если: а) все символы в коде различны? б) символы могут повторяться?

Ответ: $A_{20}^{16} \approx 1,0137 \cdot 10^{17}$; 20^{16} .

41. Сколькими способами можно выбрать 3 книги из 7?

Ответ: $C_7^3 = 35$.

42. На складе имеются 30 телевизоров. Сколькими способами можно выбрать для продажи 20 телевизоров?

Ответ: $C_{30}^{20} = 30045015$.

43. Человек имеет 6 друзей и приглашает к себе 3 из них так, что компания ни разу не повторяется. Сколькими способами может он это сделать?

Ответ: $C_6^3 = 20$.

44. На ОТК предприятия поступило 20 изделий. Сколькими способами можно отобрать для проверки качества 7 из них?

Ответ: $C_{20}^7 = 77520$.

45. Сколькими различными способами можно выбрать 5 карт червовой масти из колоды, содержащей 36 карт?

Ответ: $C_9^5 = 126$.

46. В бегах участвуют 25 лошадей. Сколькими способами из них можно выбрать призовую тройку?

Ответ: $C_{25}^3 = 2300$.

47. В спортивной секции каждый из 20 спортсменов одинаково хорошо играет на всех позициях. Сколькими способами можно набрать команду из 5 спортсменов?

Ответ: $C_{20}^5 = 15504$.

48. Сколькими способами из группы в 24 человека можно выбрать двоих делегатов на конференцию?

Ответ: $C_{24}^2 = 276$.

49. Одна из воюющих сторон захватила в плен 12 солдат, а другая 15. Определить, сколькими способами стороны могут обменять семерых военнопленных.

Ответ: $C_{12}^7 \cdot C_{15}^7 = 5096520$.

50. Федя и Глаша коллекционируют видеокассеты. У Феде есть 30 комедий, 80 боевиков и 7 мелодрам, у Глаши — 20 комедий, 5 боевиков и 40 мелодрам. Сколькими способами Федя и Глаша могут обменяться тремя комедиями, двумя боевиками и одной мелодрамой?

Ответ: $C_{30}^3 \cdot C_{20}^3 \cdot C_{80}^2 \cdot C_5^2 \cdot C_7^1 \cdot C_{40}^1 \approx 4,0952 \cdot 10^{13}$

51. Сколько существует вариантов опроса группы из десяти студентов на одном занятии по теории вероятностей, если ни один из студентов не будет подвергнут опросу дважды, и на занятии может быть опрошено любое число студентов (в том числе, ни один)?

Ответ: $C_{10}^0 + C_{10}^1 + C_{10}^2 + \dots + C_{10}^{10} = 2^{10} = 1024$

52. Новый президент банка должен назначить трех вице-президентов. Есть десять претендентов. Сколькими способами он может это сделать, если а) все вице-президенты равны по должности; б) вице-президенты отличаются по должности.

Ответ: а) 120; б) 720.

53. В кредитном отделе банка работают восемь человек. Сколько существует способов распределить между ними три премии: а) одинакового размера; б) разных размеров, известных заранее?

Ответ: $C_8^3 = 56$; $A_8^3 = 336$.

54. В конкурсе по трём номинациям участвуют десять кинофильмов. Вычислить число вариантов распределения призов, если по каждой номинации установлены: а) различные призы; б) одинаковые призы.

Ответ: $A_{10}^3 = 720$; $C_{10}^3 = 120$.

55. В сессию в течение 20 дней студенты одной группы должны сдать пять экзаменов. Сколькими способами можно составить расписание экзаменов, если: запрещается сдавать два экзамена в один день?

Ответ: $A_{20}^5 = 1860480$

56. Сколько автомобилей в городе можно обеспечить регистрационными номерами, если каждый номер состоит из кода города, трех цифр и трех букв (А,Б,Е,К,М,Н,О,Р,С,Т,У,Х)?

Ответ: $A_{10}^3 \cdot A_{12}^3 = 950400$.

57. Доказать равенство: $C_n^k = C_n^{n-k}$ ($0 \leq k \leq n$)

58. Доказать равенство Паскаля: $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$

59. Доказать равенство: $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$