

## Основные задачи математической статистики.

1. В ходе проведения эксперимента получен следующий набор данных:  
32,26,16,44,28,40,30,31,17,30,37,32,42,31,36,49,35,21,25,40,27,25,33,34,27,43,19,23,36,48,31,35,4,32,26,35,33,45,19,22,28,49,23,32,33,27,43,35,23,44.

Составить интервальный ряд, выбрав 7 частичных интервалов. Построить полигон и гистограмму относительных частот. Найти эмпирическую функцию распределения, моду и медиану.

2. Наблюдается число выигрышей в лотерее. В результате наблюдения получены следующие значения выигрышей (тыс. руб.):

0,1,0,0,5,0,10,0,1,0,0,1,5,1,0,0,0,1,0,1,0,0,0,5,0,5,0,0,0,1,1,1,5,10,0,1,1,0,5,0,0,0,0,1,0,1,0,5,0,0,0,1,0.

Составить вариационный ряд случайной величины выигрыша в лотерее. Построить полигон и гистограмму относительных частот. Найти эмпирическую функцию распределения, моду и медиану.

3. Для определения сроков гарантийного обслуживания проведено исследование величины среднего пробега автомобиля, находящихся в эксплуатации в течение 2 лет с момента продажи автомобиля магазином. Получен следующий результат (тыс. км.):

3.0;25.0;18.6;12.1;10.6;18.0;17.3;29.1;20.0;18.3;21.5;26.7;12.2;14.4;7.3;9.1;2.9;5.4;40.1;16.8;

11.2;9.9;25.3;4.2;29.6 . Составить интервальный ряд, выбрав число частичных интервалов, равное 8.

Построить полигон и гистограмму относительных частот. Найти эмпирическую функцию распределения, моду и медиану.

4. На фирме работает 39 человек. Проведено исследование числа дней, пропущенных каждым работником фирмы в течение месяца. Результаты этого исследования:

0,1,3,0,2,3,5,7,3,5,2,10,7,5,0,2,5,10,5,3,1,9,15,10,1,0,2,3,5,7,7,6,5,3,0,7,10,13,0. Составить интервальный вариационный ряд. Построить полигон и гистограмму относительных частот. Найти эмпирическую функцию распределения, моду и медиану.

5. Имеются следующие данные о размерах основных фондов(в млн.руб.) 30 предприятий:

4.2;2.4;4.9;6.7;4.5;2.7;3.9;2.1;5.8;4.0;2.8;7.3;4.4;6.6;2.0;6.2;7.0;8.1;0.7;6.8;9.4;7.6;6.3;8.8;6.5;

1.4;4.6;2.0;7.2;9.1 . Составить интервальную таблицу частот с шириной интервала 2(млн.руб.). Построить полигон и гистограмму относительных частот. Найти эмпирическую функцию распределения, моду и медиану.

6. Дана выборка выручки магазина за 30 дней (тыс.руб):

55;71;66;74;71;70;68;76;75;73;65;75;73;70;76;59;63;68;65;65;81;69;64;57;58;68;70;71;71;71 Составить интервальную таблицу частот с числом интервалов 7. Построить полигон и гистограмму относительных частот. Найти эмпирическую функцию распределения, моду и медиану.

7. Рассчитать и построить гистограмму относительных частот по сгруппированным данным. Найти эмпирическую функцию распределения, моду и медиану.

$i$	1	2	3	4	5
$x_i \leq X \leq x_{i+1}$	-6- -2	-2- 2	2-6	6-10	10-14
$m_i$	2	8	14	6	10

8. Рассчитать и построить гистограмму относительных частот по сгруппированным данным. Найти эмпирическую функцию распределения, моду и медиану.

$i$	1	2	3	4	5
$x_i \leq X \leq x_{i+1}$	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12
$m_i$	5	8	16	12	9

## Точечные оценки. Выборочная средняя и выборочная дисперсия.

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка

а)

$x_i$	1	3	7	12
$n_i$	8	16	6	10

б)

$x_i$	0.02	0.05	0.08
$n_i$	3	2	5

в)

$x_i$	1450	1480	1490
$n_i$	3	5	2

г)

$x_i$	3140	3150	3180
$n_i$	12	6	12

д)

$x_i$	2	7	9	10
$n_i$	8	14	10	18

е)

$x_i$	-8	-2	1	5
$n_i$	13	11	14	12

ж)

$x_i$	0.002	0.005	0.006
$n_i$	9	6	5

Найти моду, медиану, выборочную среднюю и несмещенную оценку дисперсии.

2. Выручка в магазине от продажи обуви составила соответственно по месяцам следующие значения (млн.руб):

Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P	0.2	0.5	0.4	0.2	0.4	0.5	0.2	0.2	0.4	0.5	0.4	0.2

Построить полигон и гистограмму относительных частот. Найти эмпирическую функцию распределения, моду и медиану. Найти выборочную среднюю и несмещенную оценку дисперсии.

3. Дан следующий вариационный ряд:

$x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n_i$	1	1	2	2	4	4	4	5	5	5

Построить полигон и гистограмму относительных частот. Найти эмпирическую функцию распределения, моду и медиану. Найти выборочную среднюю и дисперсию. Найти несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

## Точечные оценки. Метод моментов. Метод правдоподобия.

1. Найти методом наибольшего правдоподобия оценку параметра  $\lambda$  распределения Пуассона.
2. Найти методом моментов оценку параметра  $\lambda$  распределения Пуассона.
3. Найти методом а) моментов ; б) наибольшего правдоподобия оценку параметра  $\lambda$  показательного распределения.
4. Найти методом а) моментов ; б) наибольшего правдоподобия оценку параметра  $p$  биномиального распределения.
5. Спортсмен выстрелил по цели 20 раз, а попал 15 раз. Определить вероятность попадания при одном выстреле.
6. На потоке учится неизвестное для преподавателя число студентов. На первую лекцию пришло 70 студентов, на вторую – 68, на 3 – 71; на 4 – 69; на 5 -72. Оценить по этим данным количество студентов на потоке (использовать оценку параметров методом моментов) .
7. Найти методом наибольшего правдоподобия оценку параметров  $a$  и  $\sigma$  нормального распределения.
8. Найти методом наибольшего правдоподобия оценку параметра  $p$  геометрического распределения
9. Федя каждый раз после стипендии покупает билеты лотереи СПРИНТ до тех пор, пока не выиграет 1 билет. Через полгода он выяснил, что первый раз он купил 8 билетов, второй – 10; затем 6, 11, 4 и 13 билетов. Оценить по этим данным вероятность выигрыша по одному билету.
10. Федя приехал в неизвестный город. Первый трамвай, который он увидел, имел номер 13. Предполагая, что трамвайные маршруты нумеруются с 1 и без пропусков, оценить количество маршрутов в этом городе, используя оба метода.
11. При условии равномерного распределения случайной величины  $\xi$  произведена выборка. Найти оценку параметров  $a$  и  $b$  методом моментов.

$x_i$	2	3	4	5	6
$n_i$	4	6	5	12	8

12. При условии показательного распределения случайной величины  $\xi$  произведена выборка. Найти оценку параметра  $\lambda$  методом моментов и методом наибольшего правдоподобия. .

$x_i$	3	4	10	12	15
$n_i$	3	3	6	4	4

13. Ежемесячный объем продукции, изготавливаемой на предприятии, является случайной величиной, распределенной по показательному закону. В течение 6 месяцев проводился замер объемов выпуска продукции. Найти оценку параметра  $\lambda$  методом моментов и методом наибольшего правдоподобия.

месяц	1	2	3	4	5	6
Объем выпуска	20	24	25	28	27	32

14. Стекланные однородные изделия отправлены для реализации из Москвы в Новосибирск в 1000 контейнерах. После поступления товара было выявлено количество разбитых изделий в каждом контейнере. Результаты представлены в таблице. Считая, что число разбитых изделий описывается законом Пуассона, найти точечную оценку параметра  $\lambda$  методами моментов и наибольшего правдоподобия.

$x_i$	0	1	2	3	4
$n_i$	785	163	32	16	4

## Интервальные оценки

1. Найти доверительный интервал с надежностью 0.95 для оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины  $X$ , если известны её среднеквадратичное отклонение  $\sigma_x = 3$ ; выборочная средняя  $\bar{x}_b = 18$  и объем выборки  $n=16$ .
2. На овцеводческой ферме из стада произведена выборка для взвешивания 36 овец. Их средний вес оказался равным 50 кг. Предположив распределение веса нормальным и определив несмещенную оценку выборочной дисперсии равной 16, найти доверительный интервал для оценки математического ожидания с надежностью а) 0.8; б) 0.9; в) 0.95
3. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0.975 точность оценки математического ожидания генеральной совокупности по выборочной средней равна 0.3, если известно среднее квадратичное отклонение 1.2 нормально распределенной генеральной совокупности.
4. В нескольких магазинах проведена проверка качества 100 изделий, после чего проведена обработка полученных данных. В результате получено несмещенное значение выборочного среднего квадратичного отклонения 4. Считая распределение качественных изделий нормальным, найти с надежностью 0.95 доверительный интервал для оценки среднего квадратичного отклонения.
5. По данным выборки объема 20 найдено несмещенное значение выборочного среднего квадратичного отклонения 2 нормально распределенной случайной величины. Найти с надежностью 0.95 доверительный интервал для оценки среднего квадратичного отклонения случайной величины.
6. Случайная величина распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице. Найти с надежностью 0.97 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0.95 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

$x_i$	3	5	7	8	10	12	14
$n_i$	3	7	4	6	7	5	8

7. Найти доверительный интервал с надежностью 0.99 для оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины  $X$  со средним квадратичным отклонением  $\sigma_x$ . выборочной средней  $\bar{x}_b$  и объемом выборки  $n$ : а)  $\sigma_x = 5$ ;  $\bar{x}_b = 20$ ;  $n=25$  б)  $\sigma_x = 3.5$ ;  $\bar{x}_b = 10.2$ ;  $n=16$ ; в)  $\sigma_x = 1.8$ ;  $\bar{x}_b = 14$ ;  $n=50$ .
8. Одним и тем же прибором со среднеквадратичным отклонением случайных ошибок измерений равным 40 м произведено 5 равнооточных измерений расстояния от орудия до цели. Найти доверительный интервал для оценки истинного расстояния до цели с надежностью 0.95, зная среднее арифметическое результатов измерений 2 км.
9. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0.925 точность оценки математического ожидания нормально распределенной генеральной совокупности по выборочной средней равна 0.2, если известно среднее квадратическое отклонение 1.5.
10. По данным выборочных обследований в 1995 г. прожиточный минимум населения Северо-Кавказского района составил в среднем на душу населения 87 тыс. руб. в месяц. Каким должен был быть минимально необходимый объем выборки, чтобы с вероятностью 0,997 можно было утверждать, что этот показатель уровня жизни населения в выборке отличается от своего значения в генеральной совокупности не более чем на 10 тыс. руб., если среднее квадратическое отклонение принять равным 30 тыс. руб?
11. Продавец утверждает, что средний вес пачки чая составляет 100 г. Из партии извлечена выборка и взвешена. Вес каждой пачки - 98, 104, 97, 97, 101, 100, 99, 101, 99, 98. Не противоречит ли это утверждению продавца? Доверительная вероятность 99%. Вес пачек чая распределен нормально
12. Случайная величина распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице. Найти с надежностью 0.95 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0.99 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

$x_i$	1	3	5	7	9
$n_i$	2	5	4	6	3

13. Автомат фасует рис в пакеты так, что все пакетов риса является нормально распределенной случайной величиной со стандартным отклонением  $\sigma=10$  г. Произведена случайная выборка объемом  $n=40$  пакетов.

Средний вес пакета риса в выборке оказался равен 910 г. Найдите доверительный интервал для среднего веса пакета риса в генеральной совокупности с доверительной вероятностью  $p=0,99$

14. Для определения скорости расчетов с кредиторами предприятий была проведена случайная выборка десяти платежных документов, по которым срок перечисления денег оказался равным: 20 25 26 28 30 27 30 24 29 31 (дней). С помощью доверительного интервала оценить с надежностью  $\gamma=0,95$  ожидаемый срок перечисления и получения денег кредиторами, считая генеральную совокупность нормально распределенной.
15. Для отрасли, включающей 11000 фирм, была составлена случайная выборка из 55 фирм. По выборочным данным оказалось, что в фирме работают в среднем 77,5 человек при среднем квадратическом отклонении 10 человек. Пользуясь 95%-ным доверительным интервалом, оцените среднее число работающих в фирме по всей отрасли и общее число работающих в отрасли.
16. Менеджер компании, занимающейся прокатом автомобилей, оценивает среднюю величину пробега одного автомобиля в течение месяца. Из 380 автомобилей компании с помощью бесповторной выборки отобрано 32 автомобиля. Установлено, что средний пробег автомобиля составляет 1300 км, со стандартным отклонением 100 км. Найти 99,9% доверительный интервал, покрывающий средний пробег автомобилей всего парка в течение месяца
17. В целях изучения среднедушевого дохода семей в 2000 году была произведена 2% выборка из 17 тысяч семей. По результатам обследования среднедушевой доход семьи составил 11 тысяч рублей, со среднеквадратическим отклонением, равным 7 тысяч рублей. Найти 99,73% доверительный интервал, покрывающий неизвестный генеральный среднедушевой доход, генеральная совокупность подчинена нормальному закону распределения.
18. По данным выборки объема 25 найдено несмещенное значение выборочного среднего квадратического отклонения 3 нормально распределенной случайной величины. Найти с надежностью 0,99 доверительный интервал для оценки среднего квадратического отклонения случайной величины.
19. Из большой партии обуви было отобрано случайно 800 штук для определения средней продолжительности носки. Среднее арифметическое полученной выборки 28 месяцев. Найти с доверительной вероятностью 0,98 доверительный интервал для средней продолжительности носки обуви во всей партии, если среднее квадратическое отклонение продолжительности носки равно 4 месяца.
20. Коммерческий банк, изучая возможности предоставления долгосрочных кредитов населению, опрашивает своих клиентов для определения среднего размера такого кредита. Из 9706 клиентов банка опрошено 1000 человек. Среднее значение необходимого клиенту кредита в выборке составило 6750 у.е. со стандартным отклонением 1460 у.е. Найдите границы 95%-ого доверительного интервала для оценки неизвестного среднего значения кредита в генеральной совокупности.
21. Для определения урожая на корню озимой пшеницы было наложено в разных частях поля в случайном порядке 5 метровок и определено, соответственно, 5 показателей урожайности (в пересчете на ц/га): 35,3; 34,9; 35,2; 34,8; 34,8. Необходимо:
  - 1) дать точечную оценку генеральной средней урожайности, генеральной дисперсии и генерального среднего квадратического отклонения;
  - 2) определить доверительный интервал для генеральной средней с вероятностью 0,95;
  - 3) определить вероятность, что ошибка выборочной средней не превысит 0,1 ц/га;
  - 4) необходимый объем выборки (количество наложенных метровок), чтобы с вероятностью 0,99 гарантировать ошибку выборки не более 0,1 ц/га
22. Производится обследование на предмет среднего времени просмотра телепередач с 8 до 14 часов. Каким должен быть объем выборки, чтобы отклонение выборочной средней от генеральной не превышало 5 минут (по абсолютной величине) с вероятностью 0,95, если в предыдущих исследованиях средне стандартное отклонение времени просмотра передач составило 20 минут?
23. На обувной фабрике изготавливают детские сапоги одного размера. По выборке объема 50 вычислена выборочная средняя длина подошвы сапог 19,8. Найти с надежностью 0,99 доверительный интервал для средней длины подошвы сапога, если известно, что среднее квадратическое отклонение длин равно  $\sigma=0,1$ . Предполагается, что длины подошв распределены нормально.

24. С целью изучения размеров дневной выручки в сфере мелкого бизнеса была произведена 10%-ная случайная бесповторная выборка из 1000 торговых киосков города. В результате были получены данные о средней дневной выручке, которая составила 500 руб. В каких пределах с доверительной вероятностью 0,95 может находиться средняя дневная выручка всех торговых точек изучаемой совокупности, если среднее квадратичное отклонение составило 150 руб?
25. При проверке веса импортируемого груза на таможне методом случайно повторной выборки было отобрано 200 изделий и в результате был установлен средний вес изделия 28 грамм при среднем квадратическом отклонении 4 грамма. С вероятностью 0,997 определите пределы, в которых находится средний вес изделий в генеральной совокупности
26. На заводе, где работают 10 тыс. рабочих, необходимо определить их средний стаж работы. Предварительным обследованием установлено, что среднее квадратическое отклонение стажа работы равно 5 годам. Определить необходимую численность выборки при условии, что с вероятностью 0,97 ошибка выборочной средней не превысит 1 года.
27. Для исследования доходов населения города, составляющего 20 тыс. человек, по схеме собственно-случайной бесповторной выборки было отобрано 1000 жителей. Получено следующее распределение жителей по месячному доходу.

Месячный доход, руб	Менее 500	500-1000	1000-1500	1500-2000	2000-2500	Свыше 2500
Количество человек	58	96	239	328	147	132

- 1) Найти вероятность того, что средний месячный доход жителя города отличается от среднего дохода его в выборке не более, чем на 45 руб. ( по абсолютной величине)
  - 2) Определить границы, в которых с вероятностью 0,99 заключен средний месячный доход жителей города;
  - 3) Каким должен быть объем выборки, чтобы те же границы гарантировать с надежностью 0,9973?
28. В выборке из десяти человек рост распределился следующим образом: 160, 160, 167, 170, 173, 176, 178, 178, 181, 181. Можно ли с уверенностью 0,95 утверждать, что средний рост человека в генеральной совокупности, из которой взята данная выборка, равен 167 см

# Проверка статистических гипотез

## 1. Сравнение математического ожидания

1. Фирма-поставщик в рекламном буклете утверждает, что средний срок безотказной работы предлагаемого изделия - 2900 ч. Для выборки из 50 изделий средний срок безотказной работы оказался равным 2720 ч при исправленном выборочном среднеквадратичном отклонении 700ч. При 5%-ном уровне значимости проверить гипотезу о том, что значение 2900 ч является математическим ожиданием.
2. Составлена случайная выборка из 64 покупателей, которые интересовались товаром. Из них купили товар 16 человек. Поставщик утверждает, что данный товар должен привлечь треть покупателей. Проверить утверждение продавца при 5%-ном уровне значимости, если известно, что среднеквадратическое отклонение равно 1 человеку.
3. Средний ежедневный объем продаж за I квартал текущего года для 17 торговцев района А составляет 15 тыс.руб. при исправленном среднем квадратичном отклонении 2.5 тыс.руб., а для 10 торговцев района В - 13 тыс.руб. при исправленном среднем квадратичном отклонении 3 тыс.руб.
  - а) Существенно ли различие объемов продаж в районах А и В при 5%-м уровне значимости?
  - б) Существенно ли превышение объема продаж в районе А по сравнению с В (при 5%-м уровне)?
4. Продавец утверждает, что средний вес пачки чая составляет 100 г. Из партии извлечена выборка и взвешена. Вес каждой пачки - 98, 104, 97, 97, 101, 100, 99, 101, 99, 98. Не противоречит ли это утверждению продавца? Доверительная вероятность 95%. Вес пачек чая распределен нормально
5. Средний диаметр подшипников должен составлять 35 мм. Однако для выборки из 82 подшипников он составил 35.3 мм при исправленном среднем квадратичном отклонении 0.1 мм. При 5% уровне значимости проверить гипотезу о том, что станок, на котором изготавливают подшипники, не требует подналадки
6. По результатам 10 замеров установлено, что среднее время обслуживания мастером клиента равно 15 мин. Предполагая, что время обслуживания клиента – нормально распределенная случайная величина с дисперсией 9 мин<sup>2</sup>, при уровне значимости 0.05 установить, можно ли принять в качестве норматива для обслуживания одного клиента
  - а) 21 мин;
  - б) 16 минут.
7. Ожидается, что добавление специальных веществ уменьшает жесткость воды. Оценки жесткости воды до и после добавления реагента по 40 и 50 пробам соответственно показали средние значения жесткости равны 4,9 и 3,8 град (в градусах жесткости). Дисперсия измерений в обоих случаях предполагается известной и равной 0,25 град<sup>2</sup>. Подтверждают ли эти результаты ожидаемый эффект? При расчетах положить  $\alpha=0,05$
8. Предельная сила натяжения прядильной нити в среднем равна 20 г. Выборку из 100 мотков обработали химическим составом и измерили прочность нити:

Показатель прочности	19.5	20	20.5	21	21.5
Частота	10	23	27	25	15

Эффективен ли указанный метод для упрочнения нити?

9. Производитель стальных канатов долгое время обеспечивал прочность каната на разрыв  $\mu = 55000$  кг при стандартном отклонении  $\sigma = 500$  кг. После усовершенствования процесса изготовления производитель стал утверждать, что прочность каната на разрыв возросла. При испытании выборки из  $n = 50$  канатов получено, что средняя выборочная прочность составляет 55250 кг. Заказчик решил проверить гипотезу  $H_0: \mu = 55000$  при уровне значимости 0,05 (так как он сомневается в увеличении  $\mu$ ). Пройдет ли эта гипотеза?
10. Производители нового типа аспирина утверждают, что он снимает головную боль за 30 мин. Случайная выборка 100 чел., страдающих головными болями, показала, что новый тип аспирина снимает головную боль за 28,6 мин при среднем квадратическом отклонении 4,2 мин. Проверьте на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  справедливость утверждения производителей аспирина о том, что это лекарство излечивает головную боль за 30 мин
11. Утверждается, что выпускаемые изделия завода должны иметь в среднем вес  $m_0 = 500$  г. Используя двусторонний критерий, при  $\alpha=0,01$ , проверить эту гипотезу, если в отобранной выборке из  $n=20$  изделий средний вес оказался равным 510 г. Считать, что выборка получена из генеральной совокупности, имеющей нормальное распределение и дисперсию 40 г<sup>2</sup>.
12. Из партии резисторов одного типа и номинала случайным образом отобраны 36 штук. Выборочное среднее величины сопротивления при этом оказалось равным 9,3 кОм. Используя двусторонний критерий при  $\alpha=0,05$  проверить гипотезу о том, что выборка взята из партии с номиналом 10 кОм, если дисперсия величины сопротивления не известна, а выборочная дисперсия равна 6,25 кОм<sup>2</sup>.

13. Утверждается, что шарики для подшипников, изготовленные автоматическим станком, имеют средний диаметр  $d=10$  мм. Используя односторонний критерий с  $\alpha=0,05$ , проверить эту гипотезу, если в выборке из  $n=16$  шариков средний диаметр оказался равным 10,3 мм, а дисперсия известна и равна  $1 \text{ мм}^2$ .
14. По данным Росстата средний возраст безработного по РФ составляет 40 лет. Выборочное обследование демографических характеристик безработных в регионе выявило, что средний возраст безработного составил 38 лет, со стандартным отклонением 4 года. Выяснить, существенно ли отличается средний возраст безработных региона от среднероссийского, если в выборку попало 25 человек? Ответ дать на 5% уровне значимости
15. Для сравнения точности двух станков - автоматов взяты выборки объемом соответственно 12 и 10 деталей. По результатам измерения контролируемого размера вычислены выборочные средние (100 мм и 102 мм) и выборочные дисперсии, которые соответственно равны 4.05 и  $2.85 \text{ мм}^2$ . На уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что генеральные средние обеих совокупностей равны против конкурирующей гипотезы о том, что генеральная средняя второй совокупности больше первой.
16. Для испытания шерстяной ткани на прочность произведены две выборки объемами  $n_x = 40$  и  $n_y = 30$ . Средняя прочность оказалась равной 135 г и 138 г. Предварительные исследования показали, что прочность шерстяной ткани в генеральных совокупностях  $X$  и  $Y$  имеют нормальное распределение с дисперсиями 20 и 35. При уровне значимости 0,01 определить существенность расхождения между средними в обеих выборках.
17. Для двух городов по независимым выборкам объемов  $n_1=60$  и  $n_2=50$  найдены средний возраст  $\bar{x}_1=19,5$  и  $\bar{x}_2=25,0$  и дисперсия  $D_1=30,0$  и  $D_2=35,4$  нарушителя уголовного законодательства и дисперсия  $D_1=30,0$  и  $D_2=35,4$  возраста нарушителя. Значимо ли различие средних? Принять уровень значимости равным  $\alpha=0,05$ .

18. Проверить нулевую гипотезу о том, что заданное значение  $a_0$  является математическим ожиданием нормально распределенной случайной величины при 5% уровне значимости для двусторонней критической области, если в результате обработки выборки объема  $n$  получено выборочное среднее  $\bar{x}$ , а выборочное среднее квадратическое отклонение равно  $s_1$ .

а)  $n = 10; a_0 = 10; \bar{x} = 12; s_1 = 1$       б)  $n = 15; a_0 = 20; \bar{x} = 18; s_1 = 4$

в)  $n = 15; a_0 = 40; \bar{x} = 44; s_1 = 3$     г)  $n = 15; a_0 = 58; \bar{x} = 56; s_1 = 4$     д)  $n = 12; a_0 = 60; \bar{x} = 66; s_1 = 5$

19. По двум независимым малым выборкам, объемы которых  $n$  и  $m$ , извлеченных из нормальных совокупностей  $X$  и  $Y$ , найдены выборочные средние  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$ , и исправленные дисперсии  $s_x^2$  и  $s_y^2$ . При уровне значимости  $\alpha$  проверить нулевую гипотезу о равенстве выборочных средних генеральных совокупностей при конкурирующей гипотезе  $H_1: M(X) \neq M(Y)$
- а)  $n = 12; m = 11; \bar{x} = 31.2; \bar{y} = 29.2; s_x^2 = 0.84; s_y^2 = 0.4; \alpha = 0.05$   
б)  $n = 10; m = 8; \bar{x} = 142.3; \bar{y} = 145.3; s_x^2 = 2.7; s_y^2 = 3.2; \alpha = 0.01$
20. По двум независимым малым выборкам, объемы которых  $n$  и  $m$ , извлеченных из нормальных совокупностей  $X$  и  $Y$ , найдены выборочные средние  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$ , и исправленные дисперсии  $s_x^2$  и  $s_y^2$ . При уровне значимости  $\alpha$  проверить нулевую гипотезу о равенстве выборочных средних генеральных совокупностей при конкурирующей гипотезе  $M(X) > M(Y)$

а)  $\alpha = 0.02$

б)  $\alpha = 0.05$

$x_i$	3.4	3.5	3.7	3.3
$n_i$	2	3	4	1
$y_i$	3.2	3.4	3.6	
$m_i$	2	2	8	

$x_i$	12.3	12.5	12.8	13.0	13.5
$n_i$	1	2	4	2	1
$y_i$	12.2	12.3	13.0		
$m_i$	6	8	2		

21. Установлено, что распределение бычков красной степной породы в возрасте 12 мес. по весу является нормальным и их средний вес составляет 330 кг. Для повышения мясных качеств животных произведено скрещивание красной степной породы с зебу. Получено 9 бычков-гибридов, их средний вес в возрасте 12 мес. оказался равным 340 кг, а среднее квадратическое отклонение 10кг. Можно ли отклонить нулевую гипотезу (что средний вес бычков-гибридов в генеральной совокупности не отличается от чистопородных) при уровне значимости  $\alpha = 0,01$ ?

## 2. Сравнение дисперсий

1. На двух станках с программным управлением обрабатываются одинаковые детали. Для оценки точности станков отобраны 10 деталей с первого станка и 12 деталей со второго станка. По этим выборкам найдены исправленные выборочные дисперсии, равные соответственно 30 кв. ед. и 10 кв. ед. Можно ли на основании этих данных утверждать на 2% уровне значимости, что дисперсии существенно различны, а следовательно имеются значительные различия в точности станков?
2. Партия изделий принимается, если дисперсия размеров не превышает 0,2. Исправленная выборочная дисперсия для 30 изделий оказалась равной 0,3. Можно ли принять партию на уровне значимости 5%?
3. При применении определенной процедуры определения коэффициента трения установлено, что дисперсия результатов измерения этого коэффициента составляет 0,1. Выборочное значение дисперсии, вычисленное по результатам 25 измерений коэффициента трения, оказалось равным 0,2. Используя двусторонний критерий, проверить гипотезу о том, что дисперсия результатов измерения коэффициента трения равна 0,1 при  $\alpha=0,1$ .
4. Срок хранения продукции, изготовленной по технологиям А и В, составил :

срок хранения	5	6	7	
число единиц продукции	2	4	4	
срок хранения	5	6	7	8
число единиц продукции	1	8	7	1

Предположив, что случайные величины распределены нормально, проверить гипотезу  $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$  при уровне значимости 0.1 и альтернативной гипотезе  $\sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$ .

5. Температура в холодильной камере контролируется по двум электронным термометрам. Для сравнения точности термометров их показания фиксируются одновременно. Произведено 10 замеров показаний термометров. При уровне значимости 0.02 проверить, равны ли дисперсии показаний.

номер замера	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
термометр 1	-7.11	-8.63	-6.89	-7.23	-7.51	-7.68	-7.91	-6.97	-7.44	-7.64
термометр 2	-7.13	-8.49	-7.12	-7.19	-7.67	-7.49	-8.03	-7.15	-7.29	-7.89

6. При уровне значимости  $\alpha = 0.01$  проверить гипотезу о равенстве дисперсий двух нормально распределенных случайных величин X и Y на основе выборочных данных при альтернативной гипотезе  $H_1 : \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$

а)

$x_i$	142	145	146	148
$n_i$	3	1	2	4
$y_i$	140	146	147	151
$m_i$	5	3	2	2

б)

$x_i$	39	43	45	47	51
$n_i$	4	2	3	4	2
$y_i$	75	80	84	91	94
$m_i$	4	2	3	4	2

в)

$x_i$	3.5	3.7	3.9	4.0	4.1
$n_i$	1	3	5	4	4
$y_i$	3.6	3.7	3.8	4.2	4.4
$m_i$	3	5	2	1	4

7. При уровне значимости  $\alpha = 0.1$  проверить гипотезу о равенстве дисперсий двух нормально распределенных случайных величин X и Y на основе выборочных данных при альтернативной гипотезе  $H_1 : M(X) > M(Y)$

а)

$x_i$	3.4	3.5	3.7	3.3
$n_i$	2	3	4	1
$y_i$	3.2	3.4	3.6	
$m_i$	2	2	8	

б)

$x_i$	12.3	12.5	12.8	13.0	13.5
$n_i$	1	2	4	2	1
$y_i$	12.2	12.3	13.0		
$m_i$	6	8	2		

8. Точность наладки автоматического станка, производящего некоторые детали, характеризуется дисперсией длины деталей. Если эта величина превосходит 400 мкм<sup>2</sup>, станок останавливается для наладки. Выборочная дисперсия длины 15 случайно отобранных деталей из продукции станка оказалась равной  $s^2=680$  мкм<sup>2</sup>. Нужно ли проводить наладку станка, если уровень значимости  $\alpha=0,01$ ?

## Задачи по математической статистике для подготовки к кр №2

1. Выборочная совокупность образуется для определения средней продолжительности горения электрической лампочки. Какой должен быть объём повторной выборки, чтобы с вероятностью 0,98 предельная ошибка не превзошла 40 часов? Генеральное среднее квадратичное отклонение равно 120 часов
2. По данным Росстата средний возраст безработного по РФ составляет 40 лет. Выборочное обследование демографических характеристик безработных в регионе выявило, что средний возраст безработного составил 38 лет, со стандартным отклонением 4 года. Выяснить, существенны ли результаты выборочного исследования, если в выборку попало 25 человек? Ответ дать на 5% уровне значимости.
3. На двух станках производят одну и ту же продукцию, контролируруемую по наружному диаметру изделия. Из продукции первого станка было проверено 16 изделий, а из продукции второго станка – 25 изделий. Выборочные оценки математических ожиданий контролируемых размеров составили 37.5 мм и 36.8 мм при несмещенных дисперсиях 1.21 мм<sup>2</sup> и 1.44 мм<sup>2</sup> соответственно. Проверить гипотезу о равенстве дисперсий при  $\alpha=0.1$ .
4. Для определения средней урожайности поля площадью 1800 га взято на выборку по 1 кв.м с каждого гектара. Известно, что по каждому гектару поля дисперсия не превышает 6. Оценить вероятность того, что отклонение средней выборочной урожайности отличается от средней урожайности по всему полю не более, чем на 0.25 ц
5. С целью изучения размеров выручки киосков была произведена 10%-ая случайная бесповторная выборка из 1000 киосков города. В результате были получены данные о средней выручке составившие 500 у.е. В каких пределах с доверительной вероятностью 0,95 может находиться средняя дневная выручка, если среднее квадратическое отклонение составило 150 у. е.?
6. На заводе, где работают 10 тыс. рабочих, необходимо определить их средний стаж работы. Предварительным обследованием установлено, что среднее квадратическое отклонение стажа работы равно 5 годам. Определить необходимую численность выборки при условии, что с вероятностью 0,97 ошибка выборочной средней не превысит 1 года.
7. Фирма поставяет радары для измерения скорости движения автомобилей. Для закупки большой партии проведены испытания приборов, изготовленных на двух заводах. Измерения проводили на одной и той же машине и на одной и той же дороге. Определены величины отклонений между показаниями спидометра автомобиля и радара. Полагая показания спидометра автомобиля эталоном, проверить гипотезу об одинаковой точности измерений, проводимых радаром этих заводов при уровне значимости 0.1 . Первый завод :

отклонение км/ч	-0.7	-0.3	-0.1	0.5	0.8	0.9	1.0	1.2	1.3
число измерений	5	4	2	6	3	1	3	1	1

Второй завод:

отклонение км/ч	-0.6	-0.1	0.4	0.7	1.0	1.4
число измерений	4	5	3	2	2	1

8. Станок-автомат штампует валики. По выборке объема  $n=100$  вычислено выборочное математическое ожидание 20 см диаметра валика. Найти с надежностью 0,99 точность , с которой выборочное математическое ожидание оценивает математическое ожидание диаметра валика, зная что их среднее квадратическое отклонение 2 мм. Предполагается, что диаметры валиков распределены нормально.
9. Математическое ожидание предельного натяжения нити до обработки ее химическим составом составляло 20 г. Выборку нити из 60 мотков обработали некоторым химическим составом. После просушки была заново измерена предельная сила натяжения нити. В среднем она оказалась равной 21 г. Предполагая, что СКО предельной силы равно 2 г до и после обработки нити, проверить гипотезу о том, что эта обработка не увеличила предельной силы натяжения нити
10. Акционерное общество выпускает печенье в пачках, на которых написано «Масса нетто 200 г». Осуществлена выборка для оценки средней массы печенья в пачках, выпущенных московской и санкт-

петербургской фабриками. Предполагая, что случайная величина массы пачки печенья распределена по нормальному закону и считая выборки независимыми, определить:

- средние выборочные и исправленные с.к.о. массы для каждой фабрики;
- для  $\alpha=0.05$  значимо или нет различие между средними выборочными
- является ли величина 200г математическим ожиданием массы при 5%-м уровне значимости?

Результаты выборок таковы:

Московская фабрика: 201;195; 197; 199; 202; 198; 199; 203; 195; 196; 198; 199; 194; 203; 195; 202; 197

Санкт-петербургская фабрика: 203; 207; 191; 193; 197; 201; 196; 192; 194; 195; 198; 196.

11. Два исследователя изучали среднемесячный доход жителей Москвы в 80-х годах прошлого века. Первый произвел случайную выборку размера 10, второй – 15. Предполагаем, что  $X$  имеет нормальное распределение. Вычислить точечные и интервальные оценки среднего месячного дохода, полученные первым и вторым исследователем, рассмотрев 95% уровень доверия. Какой из интервалов получился шире? Будут ли интервалы для надежности 90% шире или уже рассчитанных выше интервалов?

	первый	второй
$n$	10	15
$\sum_{i=1}^n x_i$	1771.68 руб	2409.95руб
$\sum_{i=1}^n x_i^2$	375881.1руб	462221.6руб

12. Случайно выбранные шесть агентов по продажам, посетившие курс по методам продаж, наблюдались за три месяца до этого курса и через три месяца после курса. Таблица показывает размеры продаж (в тысячах долларов) этих шести агентов. Предполагая нормальное распределение продаж, найти 90% доверительные интервалы для среднего числа продаж в обоих случаях. Проверить гипотезу о равенстве средних продаж против гипотезы об их уменьшении для надежности 90%.

агент по продажам	1	2	3	4	5	6
до курса	212	282	203	327	165	192
после курса	237	291	191	341	198	180

13. Допустим, что Вы производите случайную выборку 100 счетов в большом магазине и обнаруживаете, что средняя задолженность составляет \$74 со среднеквадратичным отклонением \$86. Найти 95% доверительный интервал для средней задолженности по счету. Будет ли 90% доверительный интервал для средней задолженности шире, уже или такой же, как полученный выше?
14. Компания попросила Вас приблизительно оценить, какой из типов бензина, А или В, дает наибольший пробег. Вы производите случайную выборку 4 машин, и проезжаете маршрут дважды, один раз на бензине А, другой – на бензине В. Вычислить 95% доверительный интервал для среднего пробега в обоих случаях, основываясь на пробегах четырех машин. Проверить гипотезу о равенстве средних пробегов против гипотезы об их увеличении для надежности 95%.

Бензин А	23	17	16	20
Бензин В	20	16	14	18

15. Два токарных станка изготавливают детали по одному чертежу. Из продукции первого станка было отобрано 20 деталей, а из продукции второго 15 деталей. Исправленные выборочные дисперсии контрольного

размера, определенные по этим выборкам, равны соответственно  $s_1^2 = 5,9$  и  $s_2^2 = 23,2$  мкм<sup>2</sup>.

Проверить гипотезу о равенстве дисперсий при  $\alpha=0,05$ , если альтернативная гипотеза утверждает, что дисперсии не равны

16. Компания, занимающаяся прокатом автомобилей, интересуется количеством времени, в течение которого их автомобили не эксплуатируются, находясь в ремонтных мастерских. Случайная выборка девяти машин показала, что за последний год количество дней, когда машина не эксплуатировалась, было равно 16 10 21 22 8 17 19 14 19. Делая любые необходимые предположения, найти

90% доверительный интервал для среднего количества дней в году, в течение которого автомобили не эксплуатируются. Будет ли 99% доверительный интервал для среднего количества дней в году без эксплуатации шире или уже рассчитанного выше интервала?

17. Компания случайно выбирает 12 своих агентов по продажам и посылает их на курсы, направленные на повышение мотивации, и как следует ожидать, эффективности. В следующем году объем продаж этих агентов составил в среднем \$435,000, выборочное среднеквадратичное отклонение было равно \$56,000. В тот же период, для независимой случайной выборки из 15-ти агентов, которые не посещали курс, объем продаж составил в среднем \$408,000 а выборочное среднеквадратичное отклонение - \$43,000. Предполагая нормальное распределение обеих генеральных совокупностей и равенство их дисперсий, найти 95% доверительные интервалы для средних продаж в обоих случаях. Проверить гипотезу о равенстве средних продаж против гипотезы об их уменьшении для надежности 95% .
18. Случайная выборка 5 штатов США дает следующие площади (в 1000 квадратных миль): 147, 84, 24, 85, 159. Истинная средняя площадь на самом деле равна 362 тысячи квадратных миль. Найти 95% доверительный интервал для средней площади всех 50 штатов в США. Накрывает ли доверительный интервал истинное значение средней площади? Будет ли 99%-доверительный интервал для средней площади всех штатов шире, уже или такой же, как полученный выше?
19. Нефтехимическая научная лаборатория изобрела новый прессовочный процесс, который, как надеются, поможет увеличить силу нейлоновой лески. Чтобы опробовать новый процесс, случайно выбирают шесть образцов. Новый процесс проверяется на одной половине этих образцов, на другой половине - старый процесс. Значения прочности на разрыв каждой половины опытного образца приведены в таблице. Построить 95% доверительные интервалы для средней силы лески в обоих случаях. Проверить гипотезу о равенстве средней силы лески против гипотезы об её увеличении для надежности 95%.

опытный образец	1	2	3	4	5	6
Старый процесс	620	600	640	630	570	600
Новый процесс	660	620	670	620	580	630

20. Два лаборанта проводили определение меди в воде методом йодометрического титрования. Было выполнено по 3 параллельных определения. Первый лаборант получил среднее значение 22,0 мг/л, дисперсия составила 0,04, второй лаборант – 21,3 мг/л, дисперсия составила 0,02. Можно ли объединить результаты лаборантов в одну выборку?
21. Для определения среднего возраста своих клиентов крупный производитель мужской одежды произвел случайную выборку 50-ти клиентов и обнаружил, что  $\bar{X} = 36$  . Известно, что с.к.о равно 12. Найти 95% доверительный интервал для среднего возраста  $\mu$  всех потребителей. Изменится ли длина доверительного интервала для среднего возраста  $\mu$  для надежности 80%? Станет он шире или уже полученного выше или совсем не изменится?
22. Менеджер ресторана желает оценить среднее количество денег, которое посетитель тратит на ланч. Выборка содержит 36 посетителей. Выборочное среднее равно 3,60\$. Менеджер знает, что стандартное отклонение равно 0,72. Найти 95% доверительный интервал для истинного среднего количества денег, которое посетители тратят на ланч. Будет ли 80% доверительный интервал для истинного среднего количества денег, потраченного на ланч, шире или уже приведенного выше?
23. Администратор приемной комиссии программы MBA на основании прошлого опыта установил, что средние оценки соискателей, полученные ими в бакалавриате, имеют нормальное распределение со среднеквадратичным отклонением в 0.45. Производится выборка 25 соискателей текущего года, выборочное среднее значение оценок которых равно 2.90. Найти 95% доверительный интервал для средних оценок. Будет ли 80% доверительный интервал для средних оценок шире или уже полученного выше интервала?

## Проверка гипотезы о распределении. Критерий Пирсона

1. Страховая компания выпустила 4 вида страховых полисов в предположении, что спрос на них будет одинаков. Фактические виды реализации различных объемов страховых полисов приведены ниже. Оценить для уровней значимости 0.01 и 0.05, согласуется ли фактический и теоретический спрос на различные виды страховых полисов.

виды страховых полисов	A	B	C	D
Фактический объем реализации	43	24	27	26

2. В результате выборочного обследования стажа работы профессорско-преподавательского состава получены следующие данные. Выяснить, является ли распределение стажа работы нормальным на уровне значимости  $\alpha=0,01$ .

стаж работы	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	24-28	28-32
Число преподавателей	3	8	25	40	46	31	6	2

3. Дано распределение успеваемости студентов, сдавших 3 экзамена. Проверить гипотезу о биномиальном распределении числа сданных экзаменов при  $\alpha=0.05$ .

Число сданных экзаменов	0	1	2	3
Число студентов	3	5	47	70

4. Экзаменационный билет по математике содержит 10 заданий. Результаты сдачи экзамена для 300 абитуриентов приведены в таблице. Проверить гипотезу о биномиальном распределении числа задач, решенных абитуриентами на вступительных экзаменах.

Число решенных задач	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число абитуриентов	13	17	15	35	10	9	40	51	45	33	32

5. Коммерсант предполагает, что объем продаж нового вида продукции в каждой из пяти торговых точек, расположенных в различных районах, будет одинаков. Фактический объем продаж оказался разным. Оценить, значимы или нет различия между наблюдаемыми и ожидаемыми объемами продаж при уровне значимости 0.025 и 0.05.

Район	1	2	3	4	5
Фактический объем продаж	105	117	84	111	83

6. Результаты взвешивания 50 случайным образом отобранных пачек чая : 150, 147, 152, 148, 149, 153, 151, 150, 149, 147, 153, 151, 152, 151, 149, 152, 150, 148, 152, 150, 152, 151, 148, 151, 152, 150, 151, 149, 148, 149, 150, 150, 151, 149, 151, 150, 151, 150, 149, 148, 147, 153, 147, 152, 150, 151, 149, 150, 151, 153 . Оценить закон распределения массы чая для уровня значимости 0.025.
7. При принятии на работу фирма предлагает 4 теста. Результаты решения этих тестов десятью претендентами приведены в таблице. Проверить гипотезу о биномиальном распределении числа успешно решенных тестов при  $\alpha=0.05$  .

Число верно решенных тестов	0	1	2	3	4
Число участников	1	2	2	3	2

8. Масса (в граммах) произвольно выбранных 30 пачек полуфабриката «Геркулес» такова: 503, 509, 495, 493, 489, 485, 507, 511, 487, 495, 506, 504, 507, 511, 499, 491, 494, 518, 506, 515, 487, 509, 507, 488, 495, 490, 498, 497, 492, 495. Можно ли на уровне значимости 0.05 утверждать, что масса пачки подчинена нормальному закону распределения?
9. Результаты исследования числа покупателей в универсаме в зависимости от времени работы приведены в таблице. Можно ли утверждать на уровне значимости 0.05, что распределение числа покупателей подчинено нормальному закону?

часы работы	9-10	10-11	11-12	12-13
Число покупателей	41	82	117	72

## Регрессионный анализ

1. С целью анализа взаимного влияния зарплаты и текучести рабочей силы на пяти однотипных фирмах с одинаковым числом работников проведены измерения уровня месячной зарплаты  $X$  и числа уволившихся за год рабочих  $Y$ . Найти линейную регрессию  $Y$  на  $X$  и выборочный коэффициент корреляции.

уровень зарплаты	$X$	100	150	200	250	300
числа уволившихся рабочих	$Y$	60	35	20	20	15

2. На основании полученных измерений величин  $X$  и  $Y$  найти линейную регрессию  $Y$  на  $X$  и  $X$  на  $Y$ .

а)

$X$	4	6	8	10	12
$Y$	5	8	7	9	14

б)

$X$	3	5	7	9	10	12
$Y$	14	10	9	9	6	5

3. В магазине постельных принадлежностей были проведены подсчеты числа покупок простыней  $X$  и подушек  $Y$ . Найти выборочное уравнение линейной регрессии  $Y$  на  $X$ .

$X$	10	20	25	28	30
$Y$	5	8	7	12	14

4. Найти выборочное уравнение линейной регрессии  $Y$  на  $X$  и  $X$  на  $Y$  на основании корреляционной таблицы

а)

$Y \setminus X$	10	20	30
5	3		2
10	5	4	2

б)

$Y \setminus X$	5	10	15	20	25	30	35
15		6		4		2	5
25	4		5		7	1	
35		4	3	5			6
45	5	3			10	2	
55			4	10	4	2	8

в)

$Y \setminus X$	20	25	30	35	40	45
10		4	8			4
20	2		4		2	
30			10	8		
40		4		10	4	

г)

$Y \setminus X$	10	12	14	16	18	20	22
20		2	6	5			4
40	4			5	1		7
60	4	2	8	10		4	
80		3			10	2	5
100	3		4		6	5	

д)

$Y \setminus X$	10	15	20	25	30	35
15	6	4				
25		6	8			
35				21	2	5
45				4	12	6
55					1	5

е)

$Y \setminus X$	15	20	25	30	35	40
100	2	1		7		
120	4		2			3
140		5		10	5	2
160			3	1	2	3

## Дисперсионный анализ

1. Для проверки влияния внутрицехового оформления на качество продукции рассмотрены Зучастка по производству однотипной продукции и проведена выборочная проверка процента брака за 5 месяцев. Результаты проверки помещены в таблицу. Методом дисперсионного анализа при уровне значимости 0.05 проверить гипотезу о существенном влиянии оформления участка на качество продукции.

номер измерения	Уровни фактора		
	1	2	3
1	2	3	1
2	4	5	4
3	3	4	5
4	2	3	10
5	1	6	3

2. В трех филиалах банка были организованы 3 уровня различных услуг для клиентов. После этого в течении 6 месяцев измерялись объемы вкладов. Данные приведены в таблице. Проверить гипотезу о влиянии организации услуг на объемы вкладов при уровне значимости 0.05 .

номер измерения	Уровни фактора		
	1	2	3
1	10	17	14
2	15	15	18
3	14	25	30
4	18	22	27
5	20	30	34
6	16	28	40

3. Проведено по 5 испытаний на каждом из 4 уровней фактора. Результаты испытаний приведены в таблице. Методом дисперсионного анализа при уровне значимости 0.05 проверить гипотезу о равенстве групповых средних.

номер измерения	Уровни фактора			
	1	2	3	4
1	36	56	52	39
2	47	61	57	57
3	50	64	59	63
4	58	66	58	61
5	67	66	79	65

4. Для проверки влияния внутрицехового оформления на качество продукции рассмотрены Зучастка по производству однотипной продукции и проведена выборочная проверка процента брака за 5 месяцев. Результаты проверки помещены в таблицу. Методом дисперсионного анализа при уровне значимости 0.05 проверить гипотезу о существенном влиянии оформления участка на качество продукции.

номер измерения	Уровни фактора		
	1	2	3
1	2	5	7
2	3	4	8
3	4	4	8
4	2	5	7
5	3	5	8