

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
„МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
РАДИОТЕХНИКИ, ЭЛЕКТРОНИКИ И АВТОМАТИКИ“

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Для студентов факультетов ИТ, электроники и РТС

МОСКВА 2013

Составители: В.П.Барашев, Е.Ю.Кузнецова, С.А.Унучек

Редактор Н.С.Чекалкин

Контрольные задания содержат типовой расчет по дискретной математике (минимизация ДНФ, полнота систем булевых функций, экстремальные задачи на графах и задача об оптимальном назначении), вошедшим в программу II семестра I курса отделения бакалавров дневной формы обучения. Типовой расчет выполняется студентами в письменном виде и сдается преподавателю до начала зачетной сессии. Приведенные в пособии вопросы к зачету могут быть уточнены и дополнены лектором.

Печатаются по решению редакционно-издательского совета университета.

Рецензенты: А.В.Баскаков,
А.В.Татаринцев

© МИРЭА, 2013

Контрольные задания напечатаны в авторской редакции

Подписано в печать хх.01.2012. Формат 60 x 84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,63. Усл.кр.-отт. 6,52. Уч.изд.л. 1,75.

Тираж 100 экз. С ххх

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
„Московский государственный технический университет
радиотехники, электроники и автоматики “
119454, Москва, пр.Вернадского, 78

II семестр
ТИПОВОЙ РАСЧЕТ

Задача 1.1. Построить таблицу истинности, найти носитель функции, СДНФ и СКНФ булевой функции, заданной формулой

№	$f(x, y, z)$
1	$\overline{((x \& y) \sim (y \rightarrow z))} \mid ((x \downarrow z) \vee (\bar{y} \oplus z))$
2	$((x \sim y) \rightarrow (y \mid \bar{z})) \downarrow \overline{((x \vee z) \oplus (\bar{y} \& z))}$
3	$\overline{((x \rightarrow y) \mid (y \downarrow z))} \vee ((x \oplus z) \& (\bar{y} \sim z))$
4	$((x \mid y) \downarrow (y \vee z)) \oplus \overline{((x \& z) \sim (\bar{y} \rightarrow z))}$
5	$\overline{((x \downarrow y) \vee (y \oplus z))} \& ((x \sim z) \rightarrow (\bar{y} \mid z))$
6	$((x \vee y) \oplus (y \& z)) \sim \overline{((x \rightarrow z) \mid (\bar{y} \downarrow z))}$
7	$\overline{((x \oplus y) \& (y \sim z))} \rightarrow ((x \mid z) \downarrow (\bar{y} \vee z))$
8	$((x \& y) \sim (\bar{x} \rightarrow z)) \mid \overline{((x \downarrow z) \vee (y \oplus \bar{z}))}$
9	$\overline{((x \sim y) \rightarrow (\bar{x} \mid z))} \downarrow \overline{((x \vee z) \oplus (y \& z))}$
10	$((x \rightarrow \bar{y}) \mid (\bar{x} \downarrow z)) \vee \overline{((x \oplus z) \& (y \sim z))}$
11	$\overline{((x \mid y) \downarrow (\bar{x} \vee z))} \oplus ((x \& z) \sim (y \rightarrow z))$
12	$\overline{((x \downarrow y) \vee (\bar{x} \oplus z))} \& \overline{((x \sim z) \rightarrow (y \mid \bar{z}))}$
13	$\overline{((x \vee y) \oplus (\bar{x} \& z))} \sim ((x \rightarrow z) \mid (y \downarrow z))$
14	$((x \oplus y) \& (\bar{x} \sim z)) \rightarrow \overline{((\bar{x} \mid z) \downarrow (\bar{y} \vee \bar{z}))}$
15	$\overline{((x \& y) \sim (x \rightarrow z))} \mid \overline{((\bar{x} \downarrow y) \vee (y \oplus z))}$
16	$((x \sim \bar{y}) \rightarrow (x \mid z)) \downarrow \overline{((x \vee y) \oplus (y \& z))}$
17	$\overline{((x \rightarrow y) \mid (x \downarrow z))} \vee ((\bar{x} \oplus y) \& (y \sim z))$
18	$((x \mid y) \downarrow (x \vee z)) \oplus \overline{((\bar{x} \& y) \sim (y \rightarrow z))}$
19	$\overline{((x \downarrow y) \vee (x \oplus z))} \& ((\bar{x} \sim y) \rightarrow (y \mid z))$
20	$((x \vee y) \oplus (x \& z)) \sim \overline{((\bar{x} \rightarrow y) \mid (y \downarrow z))}$
21	$\overline{((x \oplus y) \& (x \sim z))} \rightarrow ((\bar{x} \mid y) \downarrow (y \vee z))$
22	$((x \rightarrow y) \sim (y \& \bar{z})) \mid \overline{((x \oplus z) \vee (y \downarrow z))}$
23	$\overline{((x \sim y) \& (y \mid \bar{z}))} \oplus ((x \vee z) \downarrow (y \rightarrow z))$
24	$((x \& \bar{y}) \mid (y \oplus z)) \vee \overline{((x \downarrow z) \rightarrow (y \sim z))}$
25	$\overline{((x \mid y) \oplus (y \vee \bar{z}))} \downarrow \overline{((x \rightarrow z) \sim (y \& z))}$

Продолжение задачи 1.1	
№	$f(x, y, z)$
26	$((x \oplus y) \vee (y \downarrow z)) \rightarrow \overline{((x \sim z) \& (y \mid \bar{z}))}$
27	$\overline{((x \downarrow y) \rightarrow (y \sim z))} \& ((x \mid z) \oplus (y \vee \bar{z}))$
28	$((x \sim y) \& (x \mid z)) \oplus \overline{((x \vee \bar{z}) \downarrow (y \rightarrow \bar{z}))}$
29	$\overline{((x \oplus y) \vee (x \downarrow z))} \rightarrow ((x \sim \bar{z}) \& (y \mid \bar{z}))$
30	$((x \downarrow y) \rightarrow (x \sim \bar{z})) \& \overline{((x \mid z) \oplus (y \vee \bar{z}))}$

Задача 1.2. Найти СДНФ, сокращенную, ядровую, все тупиковые и все минимальные ДНФ для $f(x_1, x_2, x_3)$ геометрическим методом и методом Квайна.

№	$f(x_1, x_2, x_3)$
1	$x_1 \oplus x_2 \oplus x_1x_2 \oplus x_1x_2x_3$
2	$x_1 \oplus x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3$
3	$x_1 \oplus x_3 \oplus x_1x_3 \oplus x_1x_2x_3$
4	$1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_2x_3$
5	$x_2 \oplus x_3 \oplus x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3$
6	$1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_1x_3$
7	$1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_1x_2 \oplus x_1x_2x_3$
8	$x_2 \oplus x_1x_3 \oplus x_1x_2x_3$
9	$1 \oplus x_1 \oplus x_3 \oplus x_1x_2 \oplus x_1x_2x_3$
10	$1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_1x_2$
11	$1 \oplus x_3 \oplus x_1x_2 \oplus x_1x_3 \oplus x_1x_2x_3$
12	$x_1 \oplus x_2 \oplus x_1x_2 \oplus x_1x_3 \oplus x_1x_2x_3$
13	$1 \oplus x_1 \oplus x_3 \oplus x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3$
14	$1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_1x_2$
15	$1 \oplus x_3 \oplus x_1x_2 \oplus x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3$
16	$x_1 \oplus x_3 \oplus x_1x_3 \oplus x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3$
17	$1 \oplus x_3 \oplus x_1x_2 \oplus x_1x_3 \oplus x_2x_3$
18	$1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_1x_3$
19	$1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1x_3 \oplus x_1x_2x_3$
20	$x_3 \oplus x_1x_2 \oplus x_1x_2x_3$
21	$1 \oplus x_2 \oplus x_1x_2 \oplus x_1x_3 \oplus x_1x_2x_3$
22	$1 \oplus x_1 \oplus x_3 \oplus x_1x_2$

Продолжение задачи 1.2	
№	$f(x_1, x_2, x_3)$
23	$1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3$
24	$x_1 \oplus x_3 \oplus x_1x_2 \oplus x_1x_3 \oplus x_1x_2x_3$
25	$1 \oplus x_2 \oplus x_1x_3 \oplus x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3$
26	$1 \oplus x_3 \oplus x_1x_3 \oplus x_1x_2x_3$
27	$1 \oplus x_2 \oplus x_1x_2 \oplus x_1x_3 \oplus x_2x_3$
28	$x_2 \oplus x_3 \oplus x_1x_3 \oplus x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3$
29	$1 \oplus x_1 \oplus x_1x_2 \oplus x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3$
30	$1 \oplus x_1 \oplus x_3 \oplus x_2x_3$

Задача 1.3. Найти СДНФ, сокращенную, ядровую, все тупиковые и все минимальные ДНФ для $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ методом Карно и Квайна.

№	f	№	f
1	1010 0100 1010 0001	2	1010 1011 1010 1110
3	1010 1010 1000 1001	4	1101 0010 1101 0001
5	1010 0001 1010 0100	6	0100 1011 1010 1010
7	0111 1000 1101 0100	8	1111 0100 1111 0001
9	1001 1110 0010 1011	10	0101 1010 0111 1001
11	1111 0001 1001 0100	12	1110 0100 0100 0001
13	1010 0110 0110 0011	14	1010 1110 0100 1011
15	1100 0001 1111 0110	16	1000 0100 1110 1000
17	1111 1111 0001 0100	18	0110 1011 0010 1010
19	0001 0110 1111 1111	20	0010 0001 1011 0010
21	1101 1110 1110 1101	22	1010 1001 1010 1110
23	1100 0100 1110 0001	24	0011 1001 1011 0100
25	1011 0111 1011 0011	26	1010 0110 0110 1010
27	0001 1110 0100 1010	28	0101 1000 0101 0110
29	1010 0100 1011 0001	30	1110 0100 1010 0001

Задача 1.4. Найти СДНФ, сокращенную, ядровую, все тупиковые и все минимальные ДНФ для $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ методом Карно и Квайна.

№	f	№	f
1	0000 0111 1111 0110	2	0000 1111 1011 1001

Продолжение задачи 1.4			
№	f	№	f
3	0001 0010 1011 1101	4	0001 1011 0010 1101
5	0001 1011 1101 1001	6	0001 1101 0011 1110
7	0000 1011 1111 1001	8	0000 1111 1101 1001
9	0001 0011 1101 1110	10	0001 1011 0011 0010
11	0001 1011 1101 1010	12	0001 1101 0100 1011
13	0000 1101 1111 1001	14	0000 1111 1110 0110
15	0001 0100 1101 1011	16	0001 1011 0011 0110
17	0001 1011 1101 1100	18	0001 1101 0101 0100
19	0000 1110 1111 0110	20	0001 0000 1011 1101
21	0001 0101 1011 1110	22	0001 1011 0101 1110
23	0001 1011 1111 1000	24	0001 1101 0101 0110
25	0000 1111 0111 0110	26	0001 0000 1101 1011
27	0001 1011 0000 1101	28	0001 1011 1011 1001
29	0001 1101 0000 1011	30	0001 1101 1011 1001

Задача 1.5. Построить минимальную функциональную и минимальную контактную схемы для функции f из задачи 1.4 на элементах $\{\vee, \&, -\}$

Задача 2.1. Найти среди функций f_1 и f_2 несамодвойственную и по лемме S (о несамодвойственной функции) выразить всеми возможными способами все константы.

№	f_1	f_2
1	1011 1001 0110 0010	0110 1101 0111 0000
2	1011 1100 1010 0100	1101 1010 1010 0100
3	0111 0101 0101 0001	1001 1110 1000 1001
4	1100 0111 0100 0110	0111 0011 0011 0001
5	0110 1110 1000 1001	1101 0110 1010 1000
6	0111 1001 0011 1001	1011 0101 0101 0010
7	1100 1011 0010 1100	0010 1111 0101 0001
8	1111 1000 1011 0100	1100 1101 0100 1100
9	0111 1100 1100 0001	1100 1110 1011 0000
10	0011 0111 0110 0010	0011 1011 0010 0011
11	0101 1010 1010 0101	0100 0111 0110 0101

Продолжение задачи 2.1		
№	f_1	f_2
12	0111 0100 1010 0100	1010 1100 1100 1010
13	0100 1101 0100 1101	0011 1100 1111 0000
14	1110 0100 1010 1010	1110 1000 1110 1000
15	0110 1001 0110 1001	0101 0110 1001 1010
16	1001 1001 0110 1001	0111 0001 0111 0001
17	0001 0111 0001 0111	0001 1110 1000 1000
18	0101 1001 0110 1010	0110 0110 1001 1001
19	0001 1011 0010 0111	0011 1001 0110 1100
20	0011 0011 0000 1111	1010 0110 1001 1010
21	0001 1010 1010 0111	0100 1010 1001 0110
22	1000 1001 0101 0110	1100 0100 1101 1100
23	1001 1000 1110 0110	0011 0001 0100 1111
24	1001 0010 1100 1110	0010 1001 0110 1011
25	1011 0000 1111 0010	0101 1000 1101 1001
26	0110 0100 1010 1101	0101 0100 1101 0101
27	0110 0010 1011 1001	1101 0000 1100 1110
28	0111 0000 1101 1011	1001 0110 1001 0110
29	1000 1100 1100 1110	1000 1010 1101 0110
30	0011 0010 1000 1111	0101 0010 1011 0101

Задача 2.2. Найти среди функций f_1 и f_2 немонотонную и по лемме M (о немонотонной функции) выразить всеми возможными способами \bar{x} .

№	f_1	f_2
1	0001 0101 0001 0101	0000 0101 0111 1101
2	0000 0111 0110 0111	0001 0011 0001 0011
3	0001 0001 0101 0101	0000 0111 0110 1111
4	0000 0111 1000 0111	0001 0001 0011 0011
5	0001 0001 0001 0111	0000 0111 1000 1111
6	0000 0111 1001 0111	0001 0001 0001 0101
7	0001 0001 0001 0011	0000 0111 1001 1111
8	0000 0111 1010 0111	0001 0001 0001 0001

Продолжение задачи 2.2		
№	f_1	f_2
9	0000 0111 0000 0111	0000 0111 1010 1111
10	0000 0111 1011 0111	0000 0101 0101 0101
11	0000 0101 0001 0111	0000 0111 1100 0111
12	0000 0111 1100 1111	0000 0101 0001 0101
13	0000 0101 0000 1111	0000 0111 1101 0111
14	0000 0111 1110 0111	0000 0101 0000 0111
15	0000 0101 0000 0101	0000 0111 1110 1111
16	0000 0011 0011 0011	0000 1111 0110 1111
17	0000 1111 1000 1111	0000 0011 0001 0111
18	0000 0011 0001 0011	0000 1111 1001 1111
19	0000 1111 1010 1111	0000 0011 0000 1111
20	0000 0011 0000 0111	0000 1111 1100 1111
21	0000 1111 1110 1111	0000 0011 0000 0011
22	0000 0001 0101 0111	0001 0001 0001 1001
23	0001 0001 0111 1101	0000 0001 0101 0101
24	0000 0001 0011 0111	0001 0011 0101 1011
25	0001 0011 0111 1011	0000 0001 0011 0011
26	0000 0001 0001 1111	0001 0011 1001 0011
27	0001 0011 1001 0111	0000 0001 0001 0111
28	0000 0001 0001 0101	0001 0011 1001 1011
29	0001 0011 1001 1111	0000 0001 0001 0011
30	0000 0001 0000 1111	0001 0011 1011 0011

Задача 2.3. Найти среди функций f_1 и f_2 нелинейную и по лемме L (о нелинейной функции) выразить тремя способами конъюнкцию и тремя способами дизъюнкцию.

№	f_1	f_2
1	1111 1111 0000 0000	0000 0001 0111 1111
2	0000 0001 1011 1111	1111 0000 1111 0000
3	1111 0000 0000 1111	0000 0001 1101 1111
4	0000 0001 1111 0111	1100 1100 1100 1100
5	1100 1100 0011 0011	0000 0010 0111 1111
6	0000 0010 1011 1111	1100 0011 1100 0011
7	1100 0011 0011 1100	0000 0010 1101 1111

Продолжение задачи 2.3		
№	f_1	f_2
8	0000 0010 1110 1111	1010 1010 1010 1010
9	1010 1010 0101 0101	0000 0010 1111 0111
10	0000 0010 1111 1011	1010 0101 1010 0101
11	0000 0011 0101 1111	1010 0101 0101 1010
12	1001 1001 1001 1001	0000 0011 0110 1111
13	0000 0011 0111 0111	1001 0110 1001 0110
14	1001 0110 1001 0110	0000 0011 0111 1011
15	0000 0011 0111 1101	1001 0110 0110 1001
16	0110 1001 1001 0110	0000 0011 0111 1110
17	0000 0011 1001 1111	0110 1001 0110 1001
18	0110 0110 1001 1001	0000 0011 1010 1111
19	0000 0011 1011 0111	0110 0110 0110 0110
20	0101 1010 1010 0101	0000 0011 1011 1011
21	0101 1010 0101 1010	0000 0011 1011 1101
22	0000 0011 1011 1110	0101 0101 1010 1010
23	0101 0101 0101 0101	0000 0011 1100 1111
24	0000 0011 1101 0111	0011 1100 1100 0011
25	0011 1100 0011 1100	0000 0011 1101 1011
26	0000 0011 1101 1101	0011 0011 1100 1100
27	0011 0011 0011 0011	0000 0011 1110 1011
28	0000 0011 1111 0101	0000 1111 1111 0000
29	0000 1111 0000 1111	0000 0100 0111 1111
30	0000 0100 1101 1111	0000 0000 1111 1111

Задача 2.4. Проверить полноту системы функций $\Sigma = \{f_1, f_2\}$.

№	f_1	f_2
1	0111 1011 1000 0101	1101 1010 1010 0100
2	0111 0101 0101 0001	1010 1011 0010 1010
3	0100 1011 0010 1101	1100 1101 0100 1100
4	0110 1000 0011 1111	1100 0000 1111 1100
5	0100 0100 1101 1101	1101 1011 0010 0100
6	0010 1001 0001 1001	1001 0101 0101 0110
7	0110 0101 1110 1101	1011 1100 1100 0010
8	0110 1011 0010 1001	1010 1001 0110 1010

Продолжение задачи 2.4		
№	f_1	f_2
9	0010 1101 0110 1111	1110 0010 1011 1000
10	0000 0010 1011 1111	1101 0001 0111 0100
11	0000 1111 0000 1111	1100 0111 0001 1100
12	0101 0110 0110 1001	1000 1111 0000 1110
13	0100 0111 0100 1101	1110 0101 0101 1000
14	0100 0111 0001 1101	1011 1110 1000 0010
15	0110 1001 0111 1101	1110 0111 0001 1000
16	0101 1100 0111 1101	1100 1011 0010 1100
17	0111 0110 1001 0001	1000 0101 0101 1110
18	0111 0001 0111 0111	1011 0100 1101 0010
19	0101 1010 1100 0001	1101 1111 0000 0100
20	0111 1100 1100 0001	1101 1001 0110 0100
21	0111 0000 1111 0001	1010 0000 1111 1010
22	0111 0100 1101 0001	1100 1000 1110 1100
23	0100 1100 1100 1101	1000 0111 0001 1110
24	0111 1111 1101 1101	1110 0100 1101 1000
25	0001 1110 1001 1001	1111 1001 0110 0000
26	0010 0101 0101 0011	1101 0010 1011 0100
27	0110 0011 0011 1001	1101 0110 1001 0100
28	0110 0011 0010 0001	1111 0011 0011 0000
29	0001 1010 1010 0111	1010 0010 1011 1010
30	0111 1110 1000 0001	1001 1010 1010 0110

Задача 2.5. Доказать полноту системы функций $\Sigma = \{f_1, f_2\}$. Представить формулами над Σ и функциональными схемами над Σ функции $0, 1, -, \&, \vee$.

№	f_1	f_2
1	0101 0101 0100 0010	1000 1101 0111 1101
2	0011 1110 1010 1100	1001 0101 0101 0101
3	0101 1110 1010 1100	1010 1000 1101 0001
4	0000 0011 1101 1000	1000 0101 1100 1111
5	0001 0000 0010 1010	1010 0011 1101 0101
6	0000 0110 0011 0010	1001 1010 1101 0111
7	0001 0010 1010 1110	1001 1011 0010 0001

Продолжение задачи 2.5		
№	f_1	f_2
8	0001 1101 1001 0100	1010 0100 0110 0011
9	0010 1111 1100 0100	1101 0011 1010 0001
10	0010 0111 1011 1000	1000 1110 1011 1011
11	0101 1100 0110 0000	1001 0011 1011 0001
12	0000 1001 0000 0100	1011 0110 1101 0111
13	0011 1001 1010 0100	1001 1010 0110 0011
14	0111 1100 1101 0110	1110 1000 0011 1111
15	0011 0100 1000 1000	1010 1000 1111 1111
16	0000 1011 0000 0110	1101 0000 0110 0001
17	0011 1110 1000 0110	1101 1111 0110 0011
18	0111 1111 0000 0000	1001 1010 1111 1101
19	0100 1000 0101 1110	1001 0011 0111 1111
20	0101 1110 0011 0100	1110 0010 0001 1111
21	0011 0110 1100 1100	1100 0001 1011 0111
22	0100 0111 0011 1000	1001 0000 0110 0111
23	0100 1111 0110 0100	1000 1011 0101 0111
24	0010 1000 1111 0010	1001 0000 1101 0111
25	0000 0010 1001 0110	1111 1011 1001 0101
26	0101 1111 1111 1000	1000 0011 0100 1101
27	0000 1111 1001 1000	1000 0000 1010 0111
28	0001 1011 0101 0100	1011 0110 1111 1001
29	0001 1001 0011 0010	1000 1001 1000 1001
30	0110 0101 0000 0010	1001 1111 0000 1001

Задача 2.6. Доказать полноту системы Σ , состоящую из функции f . Представить формулами над Σ и функциональными схемами над Σ функции $0, 1, -, \&, \vee$.

№	f	№	f
1	1101 1011 1001 1000	2	1101 1001 1011 1010
3	1110 0110 1100 1010	4	1011 0110 0100 1010
5	1011 1100 1101 1100	6	1111 0000 1101 1100
7	1110 1010 1010 1010	8	1010 1111 1110 1010
9	1001 1111 1010 0010	10	1100 1111 1011 1000

Продолжение задачи 2.6			
№	f	№	f
11	1000 0000 0111 0000	12	1001 0100 0001 1010
13	1001 0010 1100 1110	14	1000 1110 0011 0110
15	1110 1000 1010 1010	16	1111 1110 1010 1010
17	1001 0110 0000 0100	18	1100 0010 0010 0110
19	1010 0110 1000 0010	20	1100 1001 0001 1110
21	1000 1000 1101 0110	22	1100 0110 0110 1000
23	1110 0001 0101 0100	24	1000 1011 0010 0010
25	1000 1111 0010 1100	26	1111 1001 0001 1000
27	1111 0101 0000 1000	28	1010 0110 0010 0010
29	1100 0111 1001 0110	30	1001 1011 1101 1000

Задача 3.1. Найти кратчайший путь от вершины v_0 до вершины v_{13} в графе G_1 , в котором длины ребер равны соответствующим элементам a_{ij} матрицы A . Граф G_1 задан списком ребер: $(\{v_0, v_1\}, a_{11})$, $(\{v_0, v_4\}, a_{12})$, $(\{v_0, v_2\}, a_{13})$, $(\{v_1, v_3\}, a_{14})$, $(\{v_1, v_6\}, a_{15})$, $(\{v_1, v_4\}, a_{16})$, $(\{v_2, v_4\}, a_{21})$, $(\{v_2, v_7\}, a_{22})$, $(\{v_2, v_5\}, a_{23})$, $(\{v_3, v_8\}, a_{24})$, $(\{v_3, v_6\}, a_{25})$, $(\{v_4, v_6\}, a_{26})$, $(\{v_4, v_9\}, a_{31})$, $(\{v_6, v_7\}, a_{32})$, $(\{v_4, v_7\}, a_{33})$, $(\{v_5, v_7\}, a_{34})$, $(\{v_5, v_{10}\}, a_{35})$, $(\{v_6, v_8\}, a_{36})$, $(\{v_6, v_{11}\}, a_{41})$, $(\{v_6, v_9\}, a_{42})$, $(\{v_7, v_9\}, a_{43})$, $(\{v_7, v_{12}\}, a_{44})$, $(\{v_7, v_{10}\}, a_{45})$, $(\{v_8, v_{11}\}, a_{46})$, $(\{v_9, v_{11}\}, a_{51})$, $(\{v_9, v_{13}\}, a_{52})$, $(\{v_9, v_{12}\}, a_{53})$, $(\{v_{10}, v_{12}\}, a_{54})$, $(\{v_{11}, v_{13}\}, a_{55})$, $(\{v_{12}, v_{13}\}, a_{56})$.

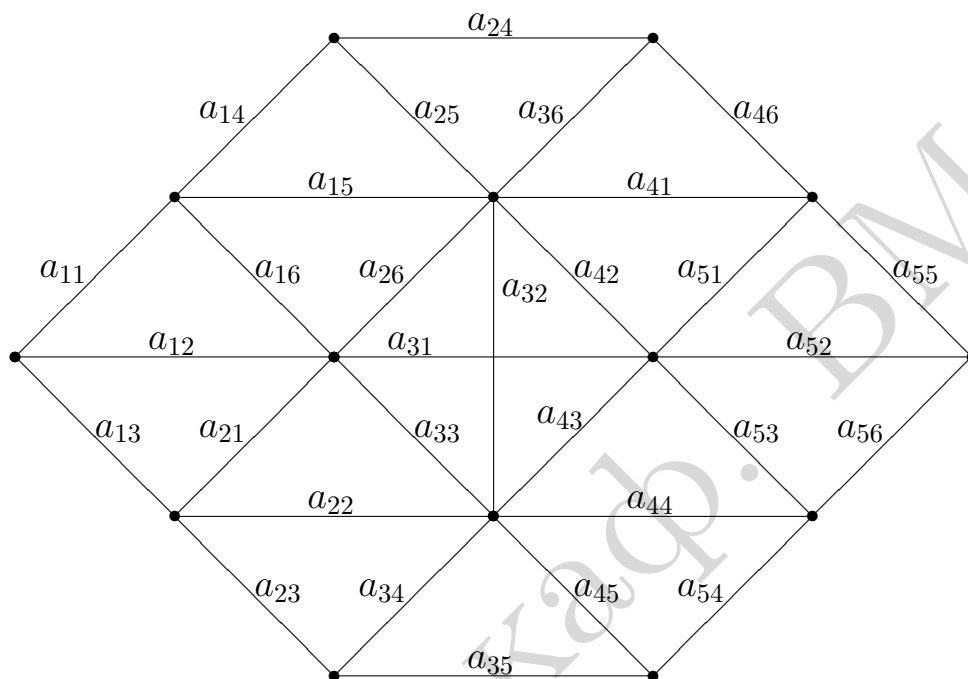
№	A	№	A
1	$\begin{pmatrix} 6 & 4 & 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 10 & 6 & 3 & 1 & 4 \\ 7 & 6 & 9 & 4 & 3 & 4 \\ 8 & 3 & 2 & 6 & 2 & 7 \\ 6 & 13 & 9 & 7 & 8 & 4 \end{pmatrix}$	2	$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 3 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 8 & 3 & 3 & 2 & 2 \\ 11 & 3 & 6 & 4 & 5 & 4 \\ 6 & 9 & 6 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 3 & 1 & 8 & 9 \end{pmatrix}$

Продолжение задачи 3.1			
№	A	№	A
3	$\begin{pmatrix} 4 & 8 & 3 & 9 & 6 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 2 & 3 & 2 \\ 15 & 3 & 2 & 2 & 6 & 6 \\ 10 & 13 & 14 & 7 & 5 & 4 \\ 3 & 3 & 8 & 4 & 7 & 10 \end{pmatrix}$	4	$\begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 6 & 7 & 2 & 2 & 5 \\ 8 & 2 & 7 & 1 & 2 & 3 \\ 7 & 5 & 3 & 7 & 4 & 5 \\ 4 & 9 & 5 & 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} 4 & 7 & 3 & 2 & 4 & 2 \\ 4 & 7 & 2 & 4 & 3 & 4 \\ 9 & 2 & 3 & 5 & 7 & 3 \\ 10 & 7 & 5 & 7 & 4 & 7 \\ 4 & 7 & 1 & 4 & 4 & 5 \end{pmatrix}$	6	$\begin{pmatrix} 5 & 14 & 4 & 3 & 6 & 9 \\ 10 & 8 & 3 & 2 & 2 & 3 \\ 5 & 3 & 2 & 6 & 7 & 1 \\ 8 & 9 & 7 & 8 & 1 & 7 \\ 2 & 3 & 2 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 4 & 5 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 4 & 3 & 7 \\ 8 & 4 & 3 & 1 & 3 & 3 \\ 7 & 3 & 6 & 11 & 2 & 6 \\ 6 & 12 & 4 & 9 & 6 & 8 \end{pmatrix}$	8	$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 3 & 4 & 8 & 3 \\ 2 & 6 & 2 & 4 & 4 & 7 \\ 6 & 2 & 5 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 & 6 & 2 & 4 \\ 5 & 8 & 4 & 7 & 3 & 5 \end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 4 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 2 & 2 & 3 \\ 8 & 2 & 2 & 2 & 3 & 4 \\ 7 & 5 & 6 & 4 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 1 & 3 & 4 & 8 \end{pmatrix}$	10	$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 4 \\ 5 & 2 & 5 & 1 & 4 & 2 \\ 5 & 2 & 3 & 8 & 3 & 6 \\ 5 & 9 & 6 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$
11	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 & 8 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 6 & 4 & 7 \\ 4 & 4 & 4 & 1 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 2 & 4 & 3 & 1 \\ 6 & 9 & 4 & 3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$	12	$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 & 3 & 3 & 1 \\ 3 & 8 & 3 & 2 & 1 & 3 \\ 5 & 5 & 7 & 5 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & 2 & 3 & 3 & 6 \\ 6 & 8 & 6 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

Продолжение задачи 3.1													
№	A						№	A					
13	$\begin{pmatrix} 12 & 8 & 6 & 4 & 4 & 2 \\ 4 & 20 & 12 & 6 & 2 & 8 \\ 14 & 12 & 18 & 8 & 6 & 8 \\ 16 & 6 & 4 & 12 & 4 & 14 \\ 12 & 26 & 18 & 14 & 16 & 8 \end{pmatrix}$						14	$\begin{pmatrix} 8 & 8 & 6 & 4 & 6 & 2 \\ 4 & 16 & 6 & 6 & 4 & 4 \\ 22 & 6 & 12 & 8 & 10 & 8 \\ 12 & 18 & 12 & 4 & 4 & 4 \\ 8 & 8 & 6 & 2 & 16 & 18 \end{pmatrix}$					
15	$\begin{pmatrix} 8 & 16 & 6 & 18 & 12 & 8 \\ 8 & 10 & 6 & 4 & 6 & 4 \\ 30 & 6 & 4 & 4 & 12 & 12 \\ 20 & 26 & 28 & 14 & 10 & 8 \\ 6 & 6 & 16 & 8 & 14 & 20 \end{pmatrix}$						16	$\begin{pmatrix} 10 & 6 & 8 & 2 & 4 & 4 \\ 4 & 12 & 14 & 4 & 4 & 10 \\ 16 & 4 & 14 & 2 & 4 & 6 \\ 14 & 10 & 6 & 14 & 8 & 10 \\ 8 & 18 & 10 & 6 & 14 & 8 \end{pmatrix}$					
17	$\begin{pmatrix} 8 & 14 & 6 & 4 & 8 & 4 \\ 8 & 14 & 4 & 8 & 6 & 8 \\ 18 & 4 & 6 & 10 & 14 & 6 \\ 20 & 14 & 10 & 14 & 8 & 14 \\ 8 & 14 & 2 & 8 & 8 & 10 \end{pmatrix}$						18	$\begin{pmatrix} 10 & 28 & 8 & 6 & 12 & 18 \\ 20 & 16 & 6 & 4 & 4 & 6 \\ 10 & 6 & 4 & 12 & 14 & 2 \\ 16 & 18 & 14 & 16 & 2 & 14 \\ 4 & 6 & 4 & 12 & 10 & 6 \end{pmatrix}$					
19	$\begin{pmatrix} 6 & 8 & 8 & 10 & 16 & 4 \\ 2 & 4 & 4 & 8 & 6 & 14 \\ 16 & 8 & 6 & 2 & 6 & 6 \\ 14 & 6 & 12 & 22 & 4 & 12 \\ 12 & 24 & 8 & 18 & 12 & 16 \end{pmatrix}$						20	$\begin{pmatrix} 6 & 8 & 6 & 8 & 16 & 6 \\ 4 & 12 & 4 & 8 & 8 & 14 \\ 12 & 4 & 10 & 8 & 2 & 4 \\ 8 & 2 & 6 & 12 & 4 & 8 \\ 10 & 16 & 8 & 14 & 6 & 10 \end{pmatrix}$					
21	$\begin{pmatrix} 6 & 6 & 6 & 8 & 8 & 4 \\ 2 & 6 & 2 & 4 & 4 & 6 \\ 16 & 4 & 4 & 4 & 6 & 8 \\ 14 & 10 & 12 & 8 & 6 & 8 \\ 4 & 14 & 2 & 6 & 8 & 16 \end{pmatrix}$						22	$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 8 & 6 & 10 & 2 \\ 2 & 4 & 4 & 2 & 4 & 8 \\ 10 & 4 & 10 & 2 & 8 & 4 \\ 10 & 4 & 6 & 16 & 6 & 12 \\ 10 & 18 & 12 & 8 & 10 & 6 \end{pmatrix}$					
23	$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 & 8 & 16 & 4 \\ 2 & 6 & 6 & 12 & 8 & 14 \\ 8 & 8 & 8 & 2 & 4 & 4 \\ 8 & 4 & 4 & 8 & 6 & 2 \\ 12 & 18 & 8 & 6 & 6 & 12 \end{pmatrix}$						24	$\begin{pmatrix} 4 & 6 & 4 & 6 & 6 & 2 \\ 6 & 16 & 6 & 4 & 2 & 6 \\ 10 & 10 & 14 & 10 & 4 & 6 \\ 14 & 4 & 4 & 6 & 6 & 12 \\ 12 & 16 & 12 & 12 & 6 & 2 \end{pmatrix}$					

Продолжение задачи 3.1											
№	A					№	A				
25	$\begin{pmatrix} 9 & 9 & 9 & 12 & 12 & 6 \\ 3 & 9 & 3 & 6 & 6 & 9 \\ 24 & 6 & 6 & 6 & 9 & 12 \\ 21 & 15 & 18 & 12 & 9 & 12 \\ 6 & 21 & 3 & 9 & 12 & 24 \end{pmatrix}$					26	$\begin{pmatrix} 3 & 6 & 6 & 12 & 24 & 6 \\ 3 & 9 & 9 & 18 & 12 & 21 \\ 12 & 12 & 12 & 3 & 6 & 6 \\ 12 & 6 & 6 & 12 & 9 & 3 \\ 18 & 27 & 12 & 9 & 9 & 18 \end{pmatrix}$				
27	$\begin{pmatrix} 6 & 9 & 6 & 9 & 9 & 3 \\ 9 & 24 & 9 & 6 & 3 & 9 \\ 15 & 15 & 21 & 15 & 6 & 9 \\ 21 & 6 & 6 & 9 & 9 & 18 \\ 18 & 24 & 18 & 18 & 9 & 3 \end{pmatrix}$					28	$\begin{pmatrix} 6 & 6 & 12 & 9 & 15 & 3 \\ 3 & 6 & 6 & 3 & 6 & 12 \\ 15 & 6 & 15 & 3 & 12 & 6 \\ 15 & 6 & 9 & 24 & 9 & 18 \\ 15 & 27 & 18 & 12 & 15 & 9 \end{pmatrix}$				
29	$\begin{pmatrix} 12 & 12 & 9 & 6 & 9 & 3 \\ 6 & 24 & 9 & 9 & 6 & 6 \\ 33 & 9 & 18 & 12 & 15 & 12 \\ 18 & 27 & 18 & 6 & 6 & 6 \\ 12 & 12 & 9 & 3 & 24 & 27 \end{pmatrix}$					30	$\begin{pmatrix} 9 & 12 & 9 & 12 & 24 & 9 \\ 4 & 18 & 6 & 12 & 12 & 21 \\ 18 & 6 & 15 & 12 & 3 & 6 \\ 12 & 3 & 9 & 18 & 6 & 12 \\ 15 & 24 & 12 & 21 & 9 & 15 \end{pmatrix}$				

Задача 3.2. Найти остов минимальной длины графа G_2 , в котором длины ребер равны соответствующим элементам a_{ij} матрицы A .



N ^o	A	N ^o	A
1	$\begin{pmatrix} 5 & 6 & 5 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 & 3 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 5 & 4 & 4 & 3 \\ 4 & 3 & 5 & 4 & 4 & 7 \\ 3 & 3 & 5 & 6 & 2 & 5 \end{pmatrix}$	2	$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 4 & 2 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 1 & 5 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 6 & 1 & 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 4 & 6 & 4 & 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 3 & 4 & 3 \\ 4 & 3 & 1 & 1 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 2 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 5 & 5 & 4 & 5 & 5 \end{pmatrix}$	4	$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 5 & 6 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 5 & 4 & 6 & 4 \\ 5 & 3 & 4 & 5 & 6 & 6 \\ 3 & 4 & 4 & 3 & 6 & 6 \\ 3 & 4 & 3 & 6 & 4 & 4 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} 6 & 7 & 6 & 6 & 4 & 4 \\ 4 & 2 & 2 & 6 & 7 & 5 \\ 6 & 4 & 5 & 3 & 2 & 7 \\ 5 & 7 & 2 & 3 & 3 & 6 \\ 5 & 7 & 2 & 2 & 6 & 6 \end{pmatrix}$	6	$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 4 & 3 & 4 & 3 \\ 6 & 4 & 5 & 2 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 6 & 5 & 6 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 6 & 2 \\ 5 & 6 & 5 & 6 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Продолжение задачи 3.2			
№	A	№	A
7	$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 5 & 5 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 5 & 6 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 4 & 2 & 6 \\ 4 & 6 & 4 & 5 & 2 & 6 \\ 6 & 4 & 6 & 5 & 4 & 5 \end{pmatrix}$	8	$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 4 & 5 & 5 & 4 \\ 4 & 6 & 5 & 5 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 4 & 6 & 5 & 4 \\ 3 & 4 & 4 & 6 & 5 & 4 \\ 3 & 6 & 4 & 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 & 4 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 4 & 5 & 2 \\ 3 & 4 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 3 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 & 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$	10	$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 & 4 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 4 & 5 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 3 & 5 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 3 & 4 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 5 & 3 & 3 \end{pmatrix}$
11	$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 & 5 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 4 & 3 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 5 & 5 \\ 2 & 3 & 3 & 2 & 5 & 5 \\ 2 & 3 & 2 & 5 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	12	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 4 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 6 & 4 & 2 & 2 \end{pmatrix}$
13	$\begin{pmatrix} 6 & 7 & 6 & 3 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 5 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 3 & 6 & 2 & 5 & 4 \\ 5 & 4 & 6 & 2 & 5 & 7 \\ 4 & 4 & 6 & 7 & 3 & 6 \end{pmatrix}$	14	$\begin{pmatrix} 5 & 6 & 5 & 5 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 5 & 5 & 4 \\ 5 & 3 & 4 & 2 & 1 & 6 \\ 4 & 7 & 1 & 2 & 2 & 5 \\ 4 & 7 & 1 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$
15	$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 2 & 6 & 6 & 2 \\ 4 & 4 & 2 & 6 & 7 & 4 \\ 5 & 6 & 2 & 5 & 2 & 5 \\ 7 & 4 & 5 & 2 & 2 & 5 \\ 5 & 4 & 4 & 5 & 5 & 6 \end{pmatrix}$	16	$\begin{pmatrix} 5 & 6 & 5 & 2 & 4 & 2 \\ 5 & 2 & 2 & 5 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 2 & 2 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 2 & 2 & 5 \\ 2 & 6 & 2 & 7 & 2 & 2 \end{pmatrix}$
17	$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 3 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 2 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	18	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 4 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 4 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 3 & 1 & 5 \\ 3 & 5 & 3 & 4 & 1 & 5 \\ 5 & 3 & 5 & 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

Продолжение задачи 3.2			
№	A	№	A
19	$\begin{pmatrix} 6 & 7 & 6 & 5 & 4 & 4 \\ 3 & 5 & 3 & 5 & 6 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 3 & 6 & 5 \\ 6 & 4 & 4 & 6 & 6 & 6 \\ 6 & 7 & 7 & 6 & 7 & 7 \end{pmatrix}$	20	$\begin{pmatrix} 6 & 7 & 6 & 5 & 6 & 5 \\ 8 & 6 & 7 & 4 & 4 & 5 \\ 7 & 6 & 8 & 7 & 8 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 8 & 4 \\ 7 & 8 & 7 & 8 & 3 & 3 \end{pmatrix}$
21	$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 4 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 4 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 3 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$	22	$\begin{pmatrix} 5 & 6 & 5 & 4 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 2 & 4 & 5 & 4 \\ 4 & 5 & 2 & 2 & 5 & 4 \\ 6 & 3 & 3 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & 6 & 6 & 5 & 6 & 6 \end{pmatrix}$
23	$\begin{pmatrix} 5 & 6 & 5 & 4 & 5 & 4 \\ 7 & 5 & 6 & 3 & 3 & 4 \\ 6 & 5 & 7 & 6 & 7 & 4 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 7 & 3 \\ 6 & 7 & 6 & 7 & 2 & 2 \end{pmatrix}$	24	$\begin{pmatrix} 6 & 4 & 6 & 4 & 5 & 4 \\ 6 & 4 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 5 & 5 & 3 & 3 & 4 & 6 \\ 3 & 5 & 4 & 3 & 4 & 6 \\ 3 & 7 & 3 & 6 & 4 & 4 \end{pmatrix}$
25	$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 & 5 & 4 & 4 \\ 3 & 5 & 2 & 6 & 5 & 1 \\ 5 & 4 & 4 & 6 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 1 & 4 & 5 & 3 \\ 5 & 6 & 7 & 6 & 4 & 4 \end{pmatrix}$	26	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 & 4 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 3 & 2 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 3 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 4 & 2 & 2 \end{pmatrix}$
27	$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 4 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 2 & 4 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}$	28	$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 & 2 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 2 & 5 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 2 & 4 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 2 & 2 & 4 \\ 4 & 3 & 3 & 4 & 4 & 2 \end{pmatrix}$
29	$\begin{pmatrix} 7 & 3 & 7 & 3 & 5 & 5 \\ 5 & 3 & 3 & 5 & 7 & 6 \\ 7 & 5 & 6 & 4 & 3 & 7 \\ 6 & 3 & 3 & 4 & 4 & 7 \\ 6 & 7 & 3 & 3 & 7 & 7 \end{pmatrix}$	30	$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 6 & 6 & 4 & 4 \\ 3 & 4 & 3 & 6 & 7 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 5 & 3 & 7 \\ 5 & 7 & 5 & 6 & 3 & 7 \\ 7 & 5 & 7 & 6 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

Задача 3.3. Найти максимальный поток в транспортной сети, заданной графом G_3 , в котором пропускные способности дуг равны соответствующим элементам a_{ij} матрицы A . Граф G_3 задан списком дуг: $((v_0, v_1), a_{11}), ((v_0, v_2), a_{12}), ((v_0, v_3), a_{13}),$

$((v_1, v_4), a_{14}), ((v_1, v_5), a_{15}), ((v_1, v_6), a_{16}), ((v_1, v_2), a_{21}),$
 $((v_2, v_5), a_{22}), ((v_2, v_6), a_{23}), ((v_2, v_7), a_{24}), ((v_3, v_2), a_{25}),$
 $((v_3, v_6), a_{26}), ((v_3, v_7), a_{31}), ((v_3, v_8), a_{32}), ((v_4, v_9), a_{33}),$
 $((v_4, v_5), a_{34}), ((v_5, v_9), a_{35}), ((v_5, v_{10}), a_{36}), ((v_6, v_9), a_{41}),$
 $((v_6, v_{10}), a_{42}), ((v_6, v_{11}), a_{43}), ((v_7, v_{10}), a_{44}), ((v_7, v_{11}), a_{45}),$
 $((v_8, v_7), a_{46}), ((v_8, v_{11}), a_{51}), ((v_9, v_{12}), a_{52}), ((v_9, v_{10}), a_{53}),$
 $((v_{10}, v_{12}), a_{54}), ((v_{11}, v_{10}), a_{55}), ((v_{11}, v_{12}), a_{56}).$

№	A	№	A
1	$\begin{pmatrix} 7 & 6 & 7 & 6 & 7 & 2 \\ 8 & 5 & 4 & 7 & 7 & 1 \\ 6 & 6 & 1 & 5 & 2 & 3 \\ 8 & 7 & 7 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & 9 & 5 & 7 & 6 & 5 \end{pmatrix}$	2	$\begin{pmatrix} 4 & 7 & 6 & 5 & 7 & 4 \\ 7 & 8 & 4 & 6 & 5 & 4 \\ 9 & 8 & 1 & 4 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 5 & 1 & 7 & 6 \\ 5 & 6 & 4 & 8 & 1 & 3 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 6 & 8 & 5 & 3 & 3 & 4 \\ 6 & 1 & 7 & 4 & 5 & 7 \\ 5 & 7 & 5 & 3 & 4 & 6 \\ 2 & 2 & 4 & 1 & 6 & 5 \\ 4 & 9 & 5 & 8 & 2 & 3 \end{pmatrix}$	4	$\begin{pmatrix} 5 & 6 & 8 & 3 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & 2 & 7 & 5 & 3 \\ 8 & 5 & 7 & 5 & 8 & 7 \\ 7 & 8 & 5 & 2 & 2 & 5 \\ 2 & 7 & 7 & 4 & 5 & 8 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} 7 & 7 & 2 & 5 & 4 & 3 \\ 4 & 7 & 1 & 3 & 7 & 6 \\ 6 & 4 & 1 & 6 & 3 & 2 \\ 7 & 6 & 7 & 5 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 8 & 6 & 7 & 4 \end{pmatrix}$	6	$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 6 & 2 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 3 & 2 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 8 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 6 & 4 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 4 & 6 & 7 & 4 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 4 & 7 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 4 & 6 & 5 & 4 \\ 4 & 6 & 2 & 5 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 6 & 7 & 4 & 5 & 4 \end{pmatrix}$	8	$\begin{pmatrix} 4 & 6 & 4 & 5 & 4 & 7 \\ 6 & 5 & 4 & 2 & 7 & 6 \\ 1 & 1 & 7 & 6 & 5 & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 4 & 7 & 6 \\ 4 & 2 & 2 & 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 4 & 5 & 6 & 5 \\ 4 & 6 & 5 & 7 & 4 & 6 \\ 7 & 6 & 3 & 5 & 2 & 5 \\ 1 & 4 & 6 & 5 & 6 & 4 \\ 4 & 6 & 5 & 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$	10	$\begin{pmatrix} 7 & 8 & 7 & 5 & 6 & 5 \\ 8 & 6 & 5 & 7 & 5 & 8 \\ 6 & 5 & 7 & 8 & 6 & 4 \\ 7 & 2 & 6 & 4 & 7 & 5 \\ 5 & 2 & 3 & 16 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

Продолжение задачи 3.3											
№	A					№	A				
11	$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 & 4 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 6 & 5 & 6 & 4 \\ 5 & 6 & 5 & 4 & 7 & 5 \\ 1 & 6 & 5 & 4 & 6 & 7 \\ 5 & 8 & 1 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$					12	$\begin{pmatrix} 7 & 7 & 7 & 5 & 6 & 8 \\ 6 & 7 & 8 & 6 & 5 & 6 \\ 7 & 6 & 5 & 7 & 6 & 2 \\ 5 & 1 & 2 & 2 & 3 & 5 \\ 4 & 3 & 4 & 8 & 5 & 10 \end{pmatrix}$				
13	$\begin{pmatrix} 14 & 12 & 14 & 12 & 14 & 4 \\ 16 & 10 & 8 & 14 & 14 & 2 \\ 12 & 12 & 2 & 10 & 4 & 6 \\ 16 & 14 & 14 & 2 & 4 & 16 \\ 6 & 18 & 10 & 14 & 12 & 10 \end{pmatrix}$					14	$\begin{pmatrix} 8 & 14 & 12 & 10 & 14 & 8 \\ 14 & 16 & 8 & 12 & 10 & 8 \\ 18 & 16 & 2 & 8 & 4 & 4 \\ 6 & 6 & 10 & 2 & 14 & 12 \\ 10 & 12 & 8 & 16 & 2 & 6 \end{pmatrix}$				
15	$\begin{pmatrix} 12 & 16 & 10 & 6 & 6 & 8 \\ 12 & 2 & 14 & 8 & 10 & 14 \\ 10 & 14 & 10 & 6 & 8 & 12 \\ 4 & 4 & 8 & 2 & 12 & 10 \\ 8 & 18 & 10 & 16 & 4 & 6 \end{pmatrix}$					16	$\begin{pmatrix} 10 & 12 & 16 & 6 & 2 & 2 \\ 10 & 4 & 4 & 14 & 10 & 6 \\ 16 & 10 & 14 & 10 & 16 & 14 \\ 14 & 16 & 10 & 4 & 4 & 10 \\ 4 & 14 & 14 & 8 & 10 & 16 \end{pmatrix}$				
17	$\begin{pmatrix} 14 & 14 & 4 & 10 & 8 & 6 \\ 8 & 14 & 2 & 6 & 14 & 12 \\ 12 & 8 & 2 & 12 & 6 & 4 \\ 14 & 12 & 14 & 10 & 8 & 10 \\ 8 & 10 & 16 & 12 & 14 & 8 \end{pmatrix}$					18	$\begin{pmatrix} 10 & 8 & 12 & 4 & 2 & 2 \\ 8 & 4 & 6 & 4 & 10 & 2 \\ 2 & 2 & 8 & 16 & 8 & 10 \\ 10 & 8 & 12 & 8 & 12 & 14 \\ 14 & 12 & 8 & 12 & 14 & 8 \end{pmatrix}$				
19	$\begin{pmatrix} 8 & 14 & 8 & 10 & 12 & 14 \\ 12 & 14 & 8 & 12 & 10 & 8 \\ 8 & 12 & 4 & 10 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 2 & 6 & 2 & 8 \\ 2 & 12 & 14 & 8 & 10 & 8 \end{pmatrix}$					20	$\begin{pmatrix} 8 & 12 & 8 & 10 & 8 & 14 \\ 12 & 10 & 8 & 4 & 14 & 12 \\ 2 & 2 & 14 & 12 & 10 & 2 \\ 10 & 6 & 2 & 8 & 14 & 12 \\ 8 & 4 & 4 & 14 & 8 & 12 \end{pmatrix}$				
21	$\begin{pmatrix} 10 & 8 & 8 & 10 & 12 & 10 \\ 8 & 12 & 10 & 14 & 8 & 12 \\ 14 & 12 & 6 & 10 & 4 & 10 \\ 2 & 8 & 12 & 10 & 12 & 8 \\ 8 & 12 & 10 & 6 & 10 & 4 \end{pmatrix}$					22	$\begin{pmatrix} 14 & 16 & 14 & 10 & 12 & 10 \\ 16 & 12 & 10 & 14 & 10 & 16 \\ 12 & 10 & 14 & 16 & 12 & 8 \\ 14 & 4 & 12 & 8 & 14 & 10 \\ 10 & 4 & 6 & 32 & 6 & 6 \end{pmatrix}$				

Продолжение задачи 3.3											
№	A					№	A				
23	$\begin{pmatrix} 7 & 4 & 2 & 5 & 6 & 7 \\ 12 & 6 & 9 & 2 & 7 & 8 \\ 7 & 9 & 13 & 5 & 11 & 5 \\ 5 & 6 & 3 & 9 & 7 & 6 \\ 7 & 1 & 5 & 2 & 6 & 8 \end{pmatrix}$					24	$\begin{pmatrix} 14 & 14 & 14 & 10 & 12 & 16 \\ 12 & 14 & 16 & 12 & 10 & 12 \\ 14 & 12 & 10 & 14 & 12 & 4 \\ 10 & 2 & 4 & 4 & 6 & 10 \\ 8 & 6 & 8 & 16 & 10 & 20 \end{pmatrix}$				
25	$\begin{pmatrix} 12 & 18 & 12 & 15 & 12 & 21 \\ 18 & 15 & 12 & 6 & 21 & 18 \\ 3 & 3 & 21 & 18 & 15 & 3 \\ 15 & 9 & 3 & 12 & 21 & 18 \\ 12 & 6 & 6 & 21 & 12 & 18 \end{pmatrix}$					26	$\begin{pmatrix} 15 & 12 & 12 & 15 & 18 & 10 \\ 12 & 18 & 15 & 21 & 12 & 18 \\ 21 & 18 & 9 & 15 & 6 & 15 \\ 3 & 12 & 18 & 15 & 18 & 12 \\ 12 & 18 & 15 & 9 & 15 & 6 \end{pmatrix}$				
27	$\begin{pmatrix} 6 & 12 & 15 & 12 & 15 & 12 \\ 12 & 9 & 18 & 15 & 18 & 12 \\ 15 & 18 & 15 & 12 & 21 & 15 \\ 3 & 18 & 15 & 12 & 18 & 21 \\ 15 & 24 & 3 & 6 & 12 & 3 \end{pmatrix}$					28	$\begin{pmatrix} 21 & 21 & 6 & 15 & 12 & 9 \\ 12 & 21 & 3 & 9 & 21 & 18 \\ 18 & 12 & 3 & 18 & 9 & 6 \\ 21 & 18 & 21 & 15 & 12 & 15 \\ 12 & 15 & 24 & 18 & 21 & 12 \end{pmatrix}$				
29	$\begin{pmatrix} 12 & 21 & 12 & 15 & 18 & 21 \\ 18 & 21 & 12 & 18 & 15 & 12 \\ 12 & 18 & 6 & 15 & 3 & 3 \\ 6 & 3 & 3 & 9 & 3 & 12 \\ 3 & 18 & 21 & 12 & 15 & 12 \end{pmatrix}$					30	$\begin{pmatrix} 15 & 12 & 18 & 6 & 3 & 3 \\ 12 & 6 & 9 & 6 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 12 & 24 & 12 & 15 \\ 15 & 12 & 18 & 12 & 18 & 21 \\ 21 & 18 & 12 & 18 & 21 & 12 \end{pmatrix}$				

Задача 3.4. Дана матрица эффективности A . Решить задачу о назначении с максимальной эффективностью.

№	A					№	A				
1	$\begin{pmatrix} 7 & 5 & 6 & 9 & 6 \\ 8 & 11 & 5 & 10 & 9 \\ 5 & 5 & 3 & 6 & 4 \\ 5 & 8 & 5 & 6 & 6 \\ 4 & 8 & 4 & 5 & 5 \end{pmatrix}$					2	$\begin{pmatrix} 8 & 5 & 8 & 3 & 7 \\ 7 & 6 & 4 & 5 & 8 \\ 7 & 4 & 6 & 2 & 4 \\ 5 & 6 & 8 & 3 & 4 \\ 5 & 5 & 4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$				
3	$\begin{pmatrix} 7 & 6 & 5 & 6 & 4 \\ 5 & 7 & 8 & 6 & 10 \\ 4 & 5 & 7 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 8 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 8 & 6 & 10 \end{pmatrix}$					4	$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 8 & 4 & 5 \\ 8 & 5 & 5 & 4 & 3 \\ 9 & 7 & 6 & 6 & 4 \\ 4 & 5 & 9 & 6 & 6 \\ 7 & 5 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$				

Продолжение задачи 3.4			
№	A	№	A
5	$\begin{pmatrix} 7 & 11 & 6 & 7 & 4 \\ 7 & 5 & 6 & 8 & 3 \\ 3 & 4 & 7 & 5 & 2 \\ 8 & 5 & 10 & 7 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 8 & 4 \end{pmatrix}$	6	$\begin{pmatrix} 6 & 7 & 5 & 6 & 10 \\ 2 & 4 & 4 & 2 & 7 \\ 2 & 3 & 5 & 2 & 4 \\ 3 & 6 & 5 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 8 & 4 & 9 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 6 & 7 & 6 & 5 & 9 \\ 11 & 6 & 7 & 11 & 5 \\ 9 & 7 & 4 & 9 & 8 \\ 9 & 11 & 5 & 10 & 6 \\ 9 & 5 & 5 & 6 & 5 \end{pmatrix}$	8	$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 & 5 & 6 \\ 5 & 7 & 4 & 6 & 5 \\ 4 & 4 & 1 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 3 & 8 & 5 \\ 4 & 5 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix} 9 & 5 & 11 & 6 & 7 \\ 8 & 3 & 6 & 4 & 9 \\ 11 & 8 & 12 & 9 & 3 \\ 6 & 7 & 11 & 6 & 5 \\ 8 & 5 & 12 & 9 & 12 \end{pmatrix}$	10	$\begin{pmatrix} 8 & 9 & 8 & 6 & 10 \\ 10 & 12 & 9 & 6 & 9 \\ 8 & 13 & 12 & 9 & 11 \\ 9 & 8 & 11 & 7 & 7 \\ 9 & 11 & 8 & 6 & 8 \end{pmatrix}$
11	$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 5 & 6 & 4 & 8 \\ 2 & 3 & 5 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 6 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 6 & 4 & 8 \end{pmatrix}$	12	$\begin{pmatrix} 8 & 9 & 8 & 7 & 11 \\ 13 & 8 & 9 & 13 & 7 \\ 11 & 9 & 6 & 11 & 10 \\ 11 & 13 & 7 & 12 & 8 \\ 11 & 7 & 7 & 8 & 7 \end{pmatrix}$
13	$\begin{pmatrix} 8 & 12 & 7 & 8 & 5 \\ 8 & 6 & 7 & 9 & 4 \\ 4 & 5 & 8 & 6 & 3 \\ 9 & 6 & 11 & 8 & 7 \\ 7 & 5 & 6 & 9 & 5 \end{pmatrix}$	14	$\begin{pmatrix} 6 & 4 & 5 & 8 & 5 \\ 7 & 10 & 7 & 9 & 8 \\ 4 & 4 & 2 & 5 & 3 \\ 4 & 7 & 4 & 5 & 5 \\ 3 & 7 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$
15	$\begin{pmatrix} 7 & 8 & 7 & 5 & 9 \\ 9 & 11 & 8 & 5 & 8 \\ 7 & 12 & 11 & 8 & 10 \\ 8 & 7 & 10 & 6 & 6 \\ 8 & 10 & 7 & 5 & 7 \end{pmatrix}$	16	$\begin{pmatrix} 7 & 4 & 10 & 5 & 6 \\ 7 & 2 & 5 & 3 & 8 \\ 10 & 7 & 11 & 8 & 2 \\ 5 & 6 & 10 & 5 & 4 \\ 7 & 4 & 11 & 8 & 11 \end{pmatrix}$
17	$\begin{pmatrix} 9 & 6 & 9 & 4 & 8 \\ 8 & 7 & 5 & 6 & 9 \\ 8 & 5 & 7 & 6 & 5 \\ 6 & 4 & 9 & 7 & 8 \\ 6 & 4 & 7 & 3 & 5 \end{pmatrix}$	18	$\begin{pmatrix} 7 & 9 & 6 & 9 & 10 \\ 9 & 11 & 8 & 10 & 9 \\ 8 & 8 & 6 & 9 & 10 \\ 7 & 9 & 7 & 12 & 9 \\ 8 & 9 & 6 & 9 & 10 \end{pmatrix}$

Продолжение задачи 3.4			
№	A	№	A
19	$\begin{pmatrix} 10 & 11 & 9 & 10 & 14 \\ 6 & 8 & 8 & 6 & 11 \\ 6 & 7 & 9 & 6 & 8 \\ 7 & 10 & 9 & 7 & 9 \\ 9 & 10 & 12 & 8 & 13 \end{pmatrix}$	20	$\begin{pmatrix} 7 & 6 & 10 & 6 & 7 \\ 10 & 7 & 7 & 6 & 5 \\ 11 & 9 & 8 & 5 & 6 \\ 6 & 7 & 11 & 8 & 9 \\ 9 & 6 & 5 & 5 & 4 \end{pmatrix}$
21	$\begin{pmatrix} 7 & 4 & 7 & 2 & 6 \\ 6 & 5 & 3 & 4 & 7 \\ 6 & 3 & 5 & 1 & 4 \\ 4 & 5 & 7 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$	22	$\begin{pmatrix} 5 & 6 & 4 & 5 & 9 \\ 1 & 3 & 3 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 2 & 4 \\ 4 & 5 & 7 & 3 & 8 \end{pmatrix}$
23	$\begin{pmatrix} 10 & 6 & 12 & 7 & 8 \\ 9 & 4 & 7 & 5 & 10 \\ 12 & 9 & 13 & 10 & 4 \\ 7 & 8 & 12 & 7 & 6 \\ 9 & 6 & 13 & 10 & 13 \end{pmatrix}$	24	$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 9 & 5 & 6 \\ 9 & 6 & 6 & 5 & 4 \\ 10 & 8 & 7 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 10 & 7 & 8 \\ 8 & 5 & 4 & 4 & 3 \end{pmatrix}$
25	$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 4 & 5 & 3 \\ 4 & 6 & 7 & 5 & 9 \\ 3 & 4 & 6 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 7 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 7 & 5 & 9 \end{pmatrix}$	26	$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 4 & 5 \\ 4 & 6 & 3 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 2 & 7 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$
27	$\begin{pmatrix} 8 & 6 & 7 & 10 & 7 \\ 9 & 12 & 6 & 11 & 10 \\ 6 & 6 & 3 & 7 & 5 \\ 6 & 9 & 4 & 7 & 7 \\ 5 & 9 & 5 & 6 & 6 \end{pmatrix}$	28	$\begin{pmatrix} 6 & 10 & 5 & 6 & 3 \\ 6 & 4 & 5 & 7 & 2 \\ 2 & 3 & 6 & 4 & 1 \\ 7 & 4 & 9 & 6 & 5 \\ 5 & 3 & 4 & 7 & 3 \end{pmatrix}$
29	$\begin{pmatrix} 6 & 7 & 6 & 4 & 8 \\ 8 & 10 & 7 & 4 & 7 \\ 6 & 11 & 10 & 7 & 9 \\ 7 & 6 & 9 & 5 & 5 \\ 7 & 9 & 6 & 4 & 6 \end{pmatrix}$	30	$\begin{pmatrix} 7 & 8 & 7 & 6 & 10 \\ 12 & 7 & 8 & 12 & 6 \\ 10 & 8 & 5 & 10 & 9 \\ 10 & 12 & 7 & 12 & 8 \\ 10 & 6 & 6 & 7 & 6 \end{pmatrix}$

**ЗАЧЕТНЫЕ ВОПРОСЫ ПО КУРСУ "ОСНОВЫ
ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ".**

1. **Булевы функции.** Булевы переменные. Логические операции, их свойства. n -мерный булев куб. Определение и способы задания булевой функции.
2. **Комбинаторные объекты и комбинаторные числа.** Сочетания, размещения, перестановки и их числа. Бином Ньютона
3. **СДНФ.** Элементарные конъюнкции. Дизъюнктивные нормальные формы. Теорема о существовании и единственности совершенной дизъюнктивной нормальной формы.
4. **Задача о минимизации булевых функций.** Интервал и максимальный интервал булевой функции. Сокращенная, ядровая и тупиковая ДНФ. Геометрический метод минимизации функции трех переменных.
5. **Метод Карно.** Изображение четырехмерного булева куба в виде карты Карно. Представление интервалов на карте Карно. Минимизация.
6. **Метод Квайна.** Формулы склеивания и поглощения. Таблицы для определения сокращенной, ядровой, тупиковых и минимальных ДНФ. Использование функции Патрика для нахождения тупиковых и минимальных ДНФ.
7. **Принцип двойственности.** Двойственная функция. Доказательство принципа двойственности. Определение СКНФ, приведение булевой функции к СКНФ.
8. **Функционально полные системы функций.** Достаточные условия функциональной полноты. Основные примеры функционально полных систем.
9. **Замкнутые классы функций.** Многочлен Жегалкина. Класс линейных булевых функций, его замкнутость. Замкнутость классов самодвойственных, монотонных функций и классов функций, сохраняющих константы.
10. **Теорема Поста.** Леммы о несамодвойственной, немонотонной и о нелинейной функциях. Доказательство теоремы Поста. Построение функциональных схем над заданной функционально полной системой функций.
11. **Графы.** Определение и способы задания графа. Маршруты, циклы, связность графа. Определение дерева. Понятие остова графа.

12. **Орграфы и функциональные схемы.** Бесконтурный орграф. Сложность функциональной схемы. Минимизация функциональных схем.
13. **Сети и контактные схемы.** Двухполюсная сеть. Реализация булевой функции с помощью контактной схемы. Сложность булевой функции в классе контактных схем. Минимизация контактных схем.
14. **Экстремальные задачи на графах.** Алгоритм отыскания кратчайших путей в графе. Построение кратчайшего остова.
15. **Двудольные графы.** Понятия паросочетания, полного паросочетания, максимального паросочетания, совершенного паросочетания. Алгоритм отыскания максимального паросочетания. Решение задачи об оптимальном назначении.
16. **Транспортные сети и потоки.** Определение потока, мощности потока в транспортной сети. Сечения и разрезы. Алгоритм отыскания максимального потока. Теорема Форда–Фалкерсона.
17. **Планарные графы.** Определение планарных и плоских графов. Формула Эйлера. Теорема Понтрягина–Куратовского. Алгоритм отыскания плоской укладки графа.