Занятие 1-2. **<u>Определенный интеграл и его приложения</u>**

I. Используя формулу Ньютона-Лейбница, вычислить определенный интеграл :

1. $\int_0^{\pi}(2x+\sin 2x)dx$
2. $\int_1^2 \frac{x+2}{3-x}dx$
3. $\int_0^{\pi/2} cos^2(\frac{\pi}{6}-x)dx$
4. $\int_1^9 \frac{dx}{5+2\sqrt{x}}$
5. $\int_{-4}^{-2} \frac{dx}{\sqrt{5-4x-x^2}}$
6. $\int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x+1}$
7. $\int_{-1}^{0} x\cdot e^{-x}dx$
8. $\int_1^e \frac{ln^3x}{x^2}dx$

Домашнее задание Демидович: №1521-1545,1582-1590, 1599-1603

II. *<u>Площадь плоской фигуры</u>* $S=\int_a^b\big(f_2(x)-f_1(x)\big)dx=\int_c^d\big(\varphi_2(y)-\varphi_1(y)\big)dy$, $S=\int_\alpha^\beta y(t)x'(t)dt.$ $S=\frac{1}{2}\int_\alpha^\beta r^2(\varphi)d\varphi$

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\arccos x$, $x=-1, x=0, y=0.$ {π-1}
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $(y-2)^2=x-1$, касательной к ней в точке $y=3$ и осью OX. {9?}
3. Вычислить площадь фигуры, отсекаемой первой аркой циклоиды от оси OX $\begin{cases} x=a(t-\sin t) \\ y=a(1-\cos t)\end{cases}$. {$3a^2$π }
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой $r=a\, sin3\varphi$. {a^2π/4 }

III. *<u>Длина дуги плоской кривой</u>* $l=\int_a^b\sqrt{1+(y'(x))^2}dx$, $l=\int_\alpha^\beta\sqrt{(x'(t))^2+(y'(t))^2}dt$, $l=\int_\alpha^\beta\sqrt{r^2+(r')^2}d\varphi$

1. Вычислить длину дуги кривой $y^2=\frac{x^3}{6}$ до точки с абсциссой x=6 . {$\frac{16}{9}\big(13\sqrt{13}-2\big)$? }

2. Найти длину астроиды $\begin{cases} x=a\, cos^3t \\ y=a\, sin^3t\end{cases}$ {6π}

3. Найти длину первого витка спирали Архимеда $r=\varphi$. {$\frac{1}{2}\big(\pi\sqrt{\pi^2+1}+Ln(4\pi+\sqrt{\pi^2+1})\big)$? }

4. *<u>Объем тела вращения</u>* $V_X=\pi\int_a^b f^2(x)dx$, $V_Y=\pi\int_a^b g^2(y)dy=\pi\int_a^b xf(x)dx$, $V_{ol}=\frac{2\pi}{3}\int_\alpha^\beta r^3\sin\varphi\, d\varphi$

1. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной параболой $y=x^2$, OY и прямой $y=1.$ {π/2 }
2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной параболой $y=x^2$, OX и прямой $x=1.$ {π/5 }
3. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной петлей кривой $x=2t-t^2,\ y=4t-t^3.$ {64 π /35 }
4. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной кривой $r=\sqrt{\cos\varphi}.$

5. *<u>Площадь поверхности вращения</u>* $S_x=2\pi\int_a^b f(x)\sqrt{1+(f'(x))^2}dx$, $S_x=2\pi\int_\alpha^\beta r\sin\varphi\sqrt{r^2+(r')^2}d\varphi$ $S_x=2\pi\int_\alpha^\beta y(t)\sqrt{(x'(t))^2+(y'(t))^2}dt$; $S=2\pi\int_a^b|y|ds$

1. Вычислить площадь поверхности части шара, получаемого при вращении вокруг оси OX дуги окружности $x^2+y^2=4$ между точками $x=-1, x=1$. {8π }
2. Вычислить площадь фигуры, полученной вращением первой арки циклоиды $x(t)=t-\sin t;\ y(t)=1-\cos t$ вокруг оси OX. {64π/3 }
3. Вычислить площадь поверхности вращения тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной кривой $r=\cos\varphi$. {2π }

VI. *Статические моменты, моменты инерции и центры масс*

гладкой кривой $M_x = \mu \int_a^b y\sqrt{1+(y'(x))^2}dx$, $M_y = \mu \int_a^b x\sqrt{1+(y'(x))^2}dx$, $I_x = \mu \int_a^b y^2\sqrt{1+(y'(x))^2}dx$, $I_y = \mu \int_a^b x^2\sqrt{1+(y'(x))^2}dx$, $l = \int_a^b \sqrt{1+(y'(x))^2}dx$, $x_c = \frac{M_y}{\mu l}, y_c = \frac{M_x}{\mu l}$

плоской фигуры $M_x = \frac{1}{2}\mu \int_a^b y^2 dx$, $M_y = \mu \int_a^b xydx$, $I_x = \frac{1}{3}\mu \int_a^b y^2|y|dx, I_y = \mu \int_a^b x^2|y|dx$,

$m = \int_a^b ydx$, $x_c = \frac{M_y}{\mu\, m}, y_c = \frac{M_x}{\mu\, m}$

1. Найти моменты инерции относительно осей OX и OY и центр тяжести дуги полуокружности $x^2 + y^2 = a^2,\ y \geq 0$ с постоянной плотностью 1 $\{\frac{a^3\pi}{2};\ \frac{a^3\pi}{2}?;\quad 0;\ \frac{2a}{\pi}\}$
2. Найти статические моменты и моменты инерции относительно осей OX и OY и координаты центра тяжести треугольника, ограниченного прямыми $x + y = a, x = 0, y = 0$ с постоянной плотностью 1.
3. Найти статические моменты и моменты инерции относительно осей OX и OY и координаты центра тяжести фигуры, ограниченной синусоидой $y = \sin x$ и отрезком оси OX от точки $x = 0$ до $x = \pi$

Домашнее задание : №1623-1639, 1650-1653, 1667-1681, 1685-1692, 1715-1720, 1728-1730,1753-1755

Занятие 3. **Несобственные интегралы**

I. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость :

1. $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{\mathrm{x} \ln x}$
2. $\int_2^{+\infty} \frac{arctg\, x}{1+x^2}dx$
3. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+9}$
4. $\int_0^{+\infty} x \cdot \cos x\, dx$
5. $\int_0^{+\infty} x \cdot e^{-x}dx$
6. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$
7. $\int_0^e \ln x\, dx$
8. $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{(3-x)^5}}$
9. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2}$
10. $\int_2^5 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-4}}$

II. Используя признаки сравнения, исследовать несобственные интегралы на сходимость:

1. $\int_e^{+\infty} \frac{ln\, x}{\sqrt[3]{x}}dx$
2. $\int_1^{+\infty} \frac{x^{3/2}dx}{x^2+1}$
3. $\int_1^{+\infty} \frac{arctg\, x}{x}dx$
4. $\int_1^{+\infty} \frac{arctg\, 1/x}{x\sqrt{x}+1}dx$
5. $\int_1^{+\infty} (\sqrt{x^2+x+2} - \sqrt{x^2+x+1})dx$
6. $\int_0^1 \frac{dx}{3x^2+\sqrt[3]{x}}$

Домашнее задание Демидович: №1546-1573

Занятие 4. **<u>Сходимость числовых рядов с положительными членами</u>**

I. Используя необходимое условие сходимости, установить расходимость числовых рядов:

1. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{2n}{2n-5}$

2. $\sum_{n=1}^{+\infty}\sqrt[n]{1/2}$

3. $\sum_{n=1}^{+\infty}n^2 ln\left(\frac{n^2}{n^2+1}\right)$

4. $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^n$

5. $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\sqrt{n^2+2n-1}-\sqrt{n^2-2n+4}\right)$

II. Исследовать на сходимость числовые ряды, используя признаки сравнения:

1. $\sum_{n=2}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{n(n-1)}}$

2. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{sin^2(n\sqrt{n})}{n\sqrt{n}}$

3. $\sum_{n=1}^{+\infty}tg\frac{\pi}{\sqrt{n}+2}$

4. $\sum_{n=2}^{+\infty}\frac{1}{\ln n}$

III. Исследовать ряды на сходимость, используя признак Даламбера:

1. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n(n+1)}{3^n}$

2. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n!}{10^n}$

3. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{3^n+5^n}{n!}$

4. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{2^n n!}{n^n}$

IV. Исследовать ряды на сходимость, используя радикальный признак Коши:

1. $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{2n+1}{3n-2}\right)^n$
2. $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{5n^2+3n+1}{4n^2-n-2}\right)^{3n}$
3. $\sum_{n=1}^{+\infty}5^n\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$
4. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{ln^n n}$
5. $\sum_{n=1}^{+\infty}n^4 tg^{2n}\frac{\pi}{4n}$

V. Исследовать ряды на сходимость, используя интегральный признак Коши:

1. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\sqrt{\ln n}}{n}$
2. $\sum_{n=2}^{+\infty}\frac{1}{n\, ln^2 n}$

Домашнее задание Демидович: №2431-2464

Занятие 5. **<u>Знакопеременные ряды</u>**

I. Исследовать на сходимость знакочередующиеся ряды:

1. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n}}$
2. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{(2n)^3}$
3. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\left(1-cos\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$
4. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\frac{sin\frac{1}{\sqrt[3]{n}}}{n}$
5. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n-1}\frac{(n+1)!}{3^n}$
6. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n+1}ln\frac{n^2+2}{n^2}$
7. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\left(\frac{3n^2+5}{2n^2}\right)^n$
8. $\sum_{n=2}^{+\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{n\ln n\, ln^3(lnn)}$
9. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\frac{(n)!}{5^{n^2}}$
10. $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n-1}\left(\frac{4n^2-1}{4n^2+1}\right)^{n^2}$

II. Исследовать на сходимость знакопеременные ряды:

1. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\sin n-\cos n}{n^3}$
2. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{arctg(2n)lnn\, sin3n}{n\sqrt{n}}$

Домашнее задание Демидович: №2470-2482

Занятие 6. **<u>Функциональные ряды</u>**

II. Найти область сходимости функционального ряда:

7. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{\alpha x}}$
8. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{1+x^{2n}}$
9. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos(nx)}{\sqrt[5]{n^6}}$
10. $\sum_{n=1}^{+\infty} x^n arctg \frac{x}{n\sqrt{n}}$
11. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(n^2x^3)}{3^{nx}}$
12. $\sum_{n=1}^{+\infty} nxe^{-n^2x}$

III. Найти радиус и область сходимости степенного ряда:

1. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-1)^n}{\sqrt{n}}$
2. $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^n}{2^n(n+1)(n+2)}$
3. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{(2n+1)!}$
4. $\sum_{n=1}^{+\infty} 4^n \frac{x^{2n}}{\sqrt{n^2+1}}$
5. $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{(x+1)^{3n}}{8^n \sqrt[3]{n^2}}$
6. $\sum_{n=1}^{+\infty} sin^2 \frac{1}{n}\ (x-2)^n$
7. $\sum_{n=1}^{+\infty} ln^n(n+1)\,(x+3)^n$
8. $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(x+1)^n}{n ln^2 n}$

Домашнее задание Демидович: №2510-2516, 2526-2557

Занятие 7. **<u>Ряды Тейлора и Маклорена. Применение степенных рядов.</u>**

I. Представить функцию в виде ряда Тейлора по степеням $x - x_0$. Указать область сходимости полученного ряда:

1. $f(x) = e^{-3x+2}$, по степеням x
2. $f(x) = e^{-3x+2}$, по степеням $x - 1$
3. $f(x) = \frac{1-e^{x^2}}{x^2}$, по степеням x
4. $f(x) = sin\frac{x^2}{2}$, по степеням x
5. $f(x) = sin^2\frac{x}{2}$, по степеням x
6. $f(x) = sin3x\ cos2x$, по степеням x
7. $f(x) = \ln(1 - x - 20x^2)$, по степеням x
8. $f(x) = \frac{5x}{x^2+x-6}$, по степеням $x + 2$
9. $f(x) = \arcsin x$, по степеням x

II. Интегрирование и дифференцирование рядов

1. Вычислить число $\frac{\pi}{6}$ с точностью 0,01 при помощи разложения в ряд по степеням x функции $\arcsin x$
2. Вычислить $\sqrt[4]{19}$ с точностью до 0,001
3. Вычислить $\int_0^{1/2} \frac{\sin x}{x} dx$ с точностью до 0,0001

Домашнее задание Демидович: № 2592-2603, 2630-2637, 2648, 2654-2658

Занятие 9. **Функции нескольких переменных. Частные производные.**

I. Найти и изобразить область определения функции:

1. $z = \ln(4 + 4x - y^2)$
2. $u = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2}}$

II. Исследовать функцию на непрерывность:

1. $z = \frac{x+y+1}{x^2+y^2}$

III. Вычислить предел функции или доказать, что он не существует

1. $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 2}} \frac{\sqrt{x^2+(y-2)^2+1}-1}{x^2+(y-2)^2}$
2. $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$

IV. Найти все частные производные первого порядка и полный дифференциал функции нескольких переменных:

1. $z = e^{-xy} - \cos(3x^2y^3)$
2. $u = arctg\,\frac{y}{xz}$
3. $f(x,y,z) = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}$

V. Доказать, что функция $z = \ln(x^2 + xy + y^2)$ удовлетворяет уравнению $x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = 2$

VI. Найти все частные производные и полный дифференциал второго порядка функции нескольких переменных:

1. $z = x^2y - \frac{x}{y^2}$
2. $z = \ln(x^2 + y^2 - 3xy)$
3. $u = xyz$

Домашнее задание

Демидович: № 1792-1793, 1797(б,д), 1799, 1801-1813, 1823-1825, 1833-1845, 1891-1900

Занятие 10. **Дифференцирование сложных и неявных функций. Приближенные вычисления.**

I. Дифференцирование сложных и неявных функций

1. Найти производную сложной функции $z = x^2 + xy + y^2$, $x = t^2$, $y = t^3$
2. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$ функции $z = arcsin\frac{x}{y}$, $y = \sqrt{1+x^2}$
3. Найти частные производные сложной функции $z = x^2 \ln y$, $x = \frac{u}{v}$, $y = uv$
4. Найти производную сложной функции $u = tg(3x + 2y^2 - z)$, $y = \frac{1}{x}$, $z = \sqrt{x}$
5. Показать, что функция $z = y \cdot \varphi(x^2 - y^2)$ удовлетворяет уравнению $\frac{1}{x}\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y}\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$
6. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ неявно заданной функции $1 + xy - \ln(e^{xy} + e^{-xy}) = 0$
7. Найти частные производные неявно заданной функции $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
8. Найти полный дифференциал функции, заданной уравнением $z^3 - 3xyz = a^3$

II. Вычислить приближенное значение функции

1. $\sqrt{sin^2 1{,}55 + 8e^{0{,}0115}}$
2. $arctg(\frac{1{,}02}{0{,}95})$

Домашнее задание

Демидович: № 1856-1865, 1871-1872, 1823-1825, 1851

Занятие 11. **<u>Касательная плоскость, нормаль к поверхности. Формула Тейлора функции нескольких переменных.</u>**

I. Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = z(x, y)$ в данной точке:

1. $z = x^2 - 2xy + y^2 - x + 2y$, A(1;1;1)
2. $z = \ln(x^2 + y^2)$, B(1;0;0)
3. $z = \sin x \cos y$, $M(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{1}{2})$
4. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ параллельно плоскости $x + 4y + 6z = 0$

II. Найти производную функции в направлении вектора $\vec{l}$ в данной точке:

1. $z = x^2 - y^2$, A(1;1) в направлении вектора $\vec{l}$, составляющего угол 60^0 с полож. направлением оси OX
2. $u = xy^2z^3$, M(3;2;1) $\vec{l} = \overrightarrow{MN}$, N(5;4;2)
3. $z = ln(x^2 + y^2)$, B(3;4) в направлении градиента функции z

III. Формула Тейлора функции нескольких переменных

1. Найти приращение, получаемое функцией $f(x, y) = x^3 + 3xy - 2y^3$ при переходе от значений x=1, y=2 к значениям $x_1 = 1 + h$, $y_1 = 2 + k$
2. Разложить по формуле Маклорена до членов 3 порядка включительно функцию $z = e^x \sin y$

Домашнее задание

Демидович: № 1876-1881, 1981, 1985-1987, 1996-2004

Занятие 12. **<u>Экстремум функции нескольких переменных.</u>**

I. Исследовать функцию на экстремум:

1. $z = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$
2. $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$
3. $f(x, y) = -x^2 - 3y^2 + 16 \ln x^2 + 27 \ln y^2$

II. Определить условные экстремумы функций:

1. $f(x, y) = 3x^2 + 4y^2$ при условии $-\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$
2. $f(x, y) = -3x + y$ при условии $9x^2 + 4y^2 = 45$

III. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на множестве

1. $f(x, y) = (x^2 - 3x - 4)(y^2 - 1)$, на множестве $D = \{(x, y) \in R^2 | x \geq 0, x \leq 7, y \geq 0, \ y \leq 9\}$
2. $z = x^2y(2 - x - y)$ в треугольнике, ограниченном прямыми $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 6$
3. $z = x + y$ в круге $x^2 + y^2 \leq 1$

IV Из всех прямоугольных параллелепипедов, имеющих объем V, найти тот, полная поверхность которого наименьшая.

Домашнее задание

Демидович: № 2008-2018, 2021-2026, 2030-2033, 2035-2037

Занятие 13. **Кратные интегралы. Вычисление двойных интегралов в декартовых и полярных координатах.**

I. Вычислить двойной интеграл в декартовых координатах:

1. $\iint_D (x+y^3)dxdy$, D: $\begin{cases} x=1; \;\; x=2 \\ y=0; \;\; y=2 \end{cases}$
2. $\iint_D \frac{y}{x}dxdy$, D: $x=y^2$, $y=x^2$
3. $\iint_D \frac{x}{2}dxdy$, D: $\begin{cases} x=2+\sin y\,, x=0 \\ \quad y=0; \;\; y=2\pi \end{cases}$

II. Расставить пределы интегрирования в интеграле $\iint_D f(x,y)dxdy$. Изменить порядок интегрирования:

1. D: $y=e^x$, $y=2$, $x=0$
2. D: $y=-\sqrt{1-x^2}$, $y=1-x$, $x=0$
3. D: $y=\sqrt{2+x}$, $y=0$, $x=y$

III. Вычислить двойной интеграл в полярных координатах:

1. $\iint_D \sqrt{1-(x^2+y^2)}dxdy$, D: $x^2+y^2=1$
2. $\iint_D ydxdy$, D: $\begin{cases} x^2+y^2=4x, \\ \quad y \geq 0 \end{cases}$
3. $\iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{9-\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}}}$, D: $\begin{cases} \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9} \geq 1, \\ \frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36} \leq 1 \end{cases}$

Домашнее задание

Демидович: № 2113-2120, 2127-2132, 2136-2143, 2160-2164

Занятие 14. **Тройные интегралы. Цилиндрические и сферические координаты.**

I. Вычислить тройной интеграл по заданному объему V в декартовых координатах:

1. $\iiint_V (x+y+z)dx\,dy\,dz$, V: $\begin{cases} x=0; \;\; x=1 \\ y=0; \;\; y=2 \\ z=0; \;\; z=3 \end{cases}$
2. $\iiint_V (1-y)xzdxdydz$, V: $x=0$, $y=0$, $z=0$, $x+y+z=1$
3. $\iiint_V xyzdxdydz$, V: $y=x^2$, $x=y^2$, $z=xy$, $z=0$

II. Вычислить тройной интеграл в цилиндрических или сферических координатах::

1. $\iiint_V (x^2+y^2)dx\,dy\,dz$ V: $z=2$, $x^2+y^2=2z$
2. $\iiint_V \sqrt{x^2+y^2+z^2}dx\,dy\,dz$ V: $x^2+y^2+(z-\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$

III. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

1. $z=4-y^2$, $z=y^2-2$, $x=-1$, $x=2$
2. $x=6-z^2-y^2$, $x^2=y^2+z^2, x \geq 0$
3. $(x^2+y^2+z^2)^3=3xyz$

Домашнее задание

Демидович: № 2244-2248, 2254-2259, 2263

Занятие 15. **<u>Криволинейные интегралы I и II рода. Фомула Грина</u>**

I. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L (I рода)::

1. $\int_L \frac{dl}{\sqrt{x^2+y^2+4}}$, L: отрезок , соединяющий начало координат и точку $A(1;2)$
2. $\int_L \sqrt{x^2+y^2}dl$, L: окружность $x^2+y^2=6y$
3. $\int_L (2z-\sqrt{x^2+y^2})dl$, L: $\begin{cases} x=\cos t \\ y=\sin t \\ z=t;\ \ 0\le t\le 2\pi \end{cases}$

II. Вычислить криволинейный интеграл по координатам (II рода)::

1. $\int_L (x^2-2xy)dx+(y^2-2xy)dy$, L: дуга параболы $y=x^2, -1\le x\le 1$
2. $\int_L xdx+ydy+(x+y-1)dz$, L: прямая AB $A(1;1;1); B(2;3;4)$.

III. Вычислить криволинейный интеграл по замкнутому контуру 2 способами: непосредственно и по формуле Грина:

1. $\oint_L (x+y)^2\,dx-(x^2+y^2)dy$, L: треугольник ABC с вершинами $A(1;1); B(3;2)\,; C(3;5)$
2. $\oint_L (x-y)\,dx+(x^2-y^2)dy$, L: $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$

Домашнее задание

Демидович: № 2293-2302, 2310-2313, 2327-2330

Занятие 16. **<u>Поверхностные интегралы I и II рода. Фомулы Стокса и Остроградского-Гаусса</u>**

I. Вычислить поверхностный интеграл $\iint_S (x^2+y^2)\ ds$, где S: часть конической поверхности $z^2=x^2+y^2$, заключенной между $z=0$ и $z=1$
II. Найти площадь поверхности конуса $z^2=x^2+y^2$, заключенной внутри цилиндра $x^2+y^2=2y$
III. Вычислить криволинейный интеграл $\oint y^2dx-x^2dy+z^2dz$ по контуру C, образованному при пересечении параболоида $x^2+z^2=1-y$ с координатными плоскостями двумя способами (непосредственно и по теореме Стокса).
IV. Найти поверхностный интеграл II рода $\iint_S y\ dydz+xdxdz+zdxdy$ через треугольник, образованный пересечением плоскости $x-y+z=1$ с координатными плоскостями.
V. Найти поверхностный интеграл II рода $\iint_S x\ dydz-ydxdz+(1-z)dxdy$ через полную поверхность конуса $z^2=x^2+y^2,\ 0\le z\le H$ двумя способами (непосредственно и по формуле Остроградского).

Домашнее задание

Демидович: № 2347-2359, 2361-2364