План практических занятий по линейной алгебре1 семестр

Занятие 1 . Алгебра матриц

1. №2.76 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$. Найти 3A+2B.
2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}$. Найти $A+B+A^T+B^T$.
3. а) $(1 \quad 2 \quad 3) \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = ?$ б) (±) $(-2 \quad 0 \quad 1 \quad 4) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} = ?$
4. №2.78 $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$. Найти AB - BA.
5. №2.84 $A = (4 \quad 0 \quad -2 \quad 3 \quad 1)$; $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$. Найти AB и BA.
6. (±) №2.103 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 5 & -1 \end{pmatrix}$ Найти $A \cdot A^T$ и $A^T \cdot A$.
7. №2.90 Найти значение матричного многочлена f(A), если $f(x) = 3x^2 - 4$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.
8. (±) №2.88 Вычислить $\begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}^n$
9. (∓) №2.96 Найти все матрицы, перестановочные с матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Занятие 2 . Определители

1. Вычислить определитель:

а) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} \sin\alpha & -\cos\alpha \\ \cos\alpha & \sin\alpha \end{vmatrix}$; в) (∓) №2.2 $\begin{vmatrix} a-b & a+b \\ a+b & a-b \end{vmatrix}$; г) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$;

д) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & -5 & 2 \\ 2 & -3 & 6 \end{vmatrix}$; е) $\begin{vmatrix} 8 & 7 & 2 & 10 \\ -8 & 2 & 7 & 10 \\ 4 & 4 & 4 & 5 \\ 0 & 4 & -3 & 2 \end{vmatrix}$; ж) (∓) №2.55 $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 6 & 1 \end{vmatrix}$.

2. Вычислить определитель n-го порядка приведением его к треугольному виду:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ -1 & 0 & 3 & \dots & n \\ -1 & -2 & 0 & \dots & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & -2 & -3 & \dots & n \end{vmatrix}$$

3.Решить уравнение : а) №2.8 $\begin{vmatrix} x & x+1 \\ -4 & x+1 \end{vmatrix} = 0$; б) (∓) №2.19 $\begin{vmatrix} 3 & x & -x \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$

4.(∓) №2.21 Решить неравенство $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} < 0$

Занятие 3-. Обратная матрица

1. Найти матрицу, обратную данной:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; б) (±) $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$;

д) (±) №2.117 $\begin{pmatrix} 3 & 3 & -4 & -3 \\ 0 & 6 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

2. Решить матричное уравнение: а) №2.121 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$;

б) $X \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 3 & 0 \\ -5 & 9 & 0 \\ -2 & 15 & 0 \end{pmatrix}$; в) (∓) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 15 & 3 \\ -45 & 76 & 2 \end{pmatrix}$

3. Решить уравнения AX=B и YA=C-3Y, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 10 & 5 & 7 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 6 & -8 \\ 7 & -13 \\ -9 & 1 \end{pmatrix}$

4. №2.127 Вычислить значение функции $f(x) = 3x^2 - 3x + 2x^{-1} - x^{-2} + 2$ при $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Занятие 4-. Решение СЛАУ по правилам Крамера и с помощью обратной матрицы

1. Решить СЛАУ по правилам Крамера с помощью обратной матрицы:

а) $\begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$; б) $\begin{cases} x + y + z = -1 \\ 2x - y - z = 7 \\ x - 2y + 2z = -4 \end{cases}$ в) $\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x - y - 2z = -2. \\ 3x + y + 4z = 4 \end{cases}$

2. (±) При каких x, y, z матрица $B = \begin{pmatrix} 1 & -4 & x \\ 1 & -5 & y \\ -1 & 6 & z \end{pmatrix}$ является обратной к матрице

$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$?

3. (±) Используя правило Крамера, выяснить, при каких значениях a система $\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a^2 \end{cases}$

имеет бесконечно много решений

Занятие 5 . Линейные пространства. Ранг матрицы

1. Является ли линейным пространством:
   1) множество многочленов 3-й степени
   2) множество многочленов степени не выше 3
   3) множество векторов, коллинеарных одной и той же прямой
   4) множество единичных векторов?
2. Доказать, что функции $\sin x, \sin 2x, \sin 3x$ линейно независимы.
3. (±) Доказать, что функции e^x, e^{2x}, e^{3x} линейно независимы.
4. Выяснить, является ли система векторов ***a*** = {2; -3; 1}, ***b*** = {3; -1; 5}, ***c*** = {1; -4; 3} линейно зависимой или линейно независимой.
5. Разложить вектор ***d*** = { -6; 0; 13} по базису из векторов ***a*** = {2; -1; 3}, ***b*** = {1; 1; -1}, ***c*** = {-3; 1; 2}.
6. Найти ранг матрицы:

а) (±) $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 10 \\ 7 & 8 & 18 \\ 3 & 7 & 17 \end{pmatrix}$; б) $B = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & -7 & 4 & -4 & 5 \end{pmatrix}$; в) $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -4 \\ -1 & -4 & 5 \\ 3 & 1 & 7 \\ 0 & 5 & -10 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$;

г) №2.150 $D = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 4 & -2 & 5 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 2 \end{pmatrix}$; д) (∓) $E = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix}$.

7. (±) Найти значения λ, при которых матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 4 \\ \lambda & 4 & 10 & 1 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ имеет наименьший ранг

Занятие 6-7 .. Решение СЛАУ методом Гаусса

1. Найти общее решение и ФСР однородной системы:

а) $\begin{cases} x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 5x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases}$, б) $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \\ 3x - 3y + 7z = 0 \\ 3x + 2z = 0 \end{cases}$

2. Найти общее решение неоднородной системы и ФСР однородной системы:

а) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3 \end{cases}$, б) $\begin{cases} x - 2y - 3z = -3 \\ x + 3y - 5z = 0 \\ -x + 4y + z = 3 \\ 3x + y - 13z = -6 \end{cases}$; в) (∓) $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + y - 3z = -1 \\ 2x + y - 2z = 1 \\ x + 2y - 3z = 1 \end{cases}$

г) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 4 \\ 3x_1 + 8x_2 - 4x_4 = 14 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 5 \end{cases}$ д) $\begin{cases} x + y + z = -1 \\ 2x - y - z = 7 \\ x - 2y + 2z = -4 \end{cases}$

3. При каких значениях параметра λ система $\begin{cases} 2x + (\lambda + 2)y - z = 0 \\ x + y - 2z = 0 \\ 5x - 3y + \lambda z = 0 \end{cases}$ имеет нетривиальное решение ? Найти его.

4. (∓) Найти решение СЛАУ в зависимости от λ. При каких значениях λ система допускает решение с помощью обратной матрицы? $\begin{cases} \lambda x + \lambda y + (\lambda+1)z = \lambda \\ \lambda x + \lambda y + (\lambda-1)z = \lambda \\ (\lambda+1)x + \lambda y + (2\lambda+3)z = 1 \end{cases}$

5. (∓) Составить однородную систему из двух уравнений, для которой столбцы

$X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad X_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad X_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ образуют фундаментальную систему решений.

Занятие 9 . Геометрические векторы. Скалярное произведение векторов

1. Даны точки A(1;2;3) и B(3;5;9). Найти координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, его длину и направляющие косинусы.
2. Даны векторы $\boldsymbol{a} = (-2; 3; 5)$ и $\boldsymbol{b} = (4; -1; 7)$. Найти координаты вектора $3\vec{a} - 2\,\vec{b}$
3. Определить, при каких значениях α и β векторы $\vec{a} = 2\vec{\imath} + \propto \vec{\jmath} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 3\vec{\imath} - 6\vec{\jmath} + \beta\vec{k}$ коллинеарны?
4. Коллинеарны ли векторы $\vec{c} = 4\vec{a} - 2\vec{b}$ и $\vec{d} = \vec{b} - 2\vec{a}$, построенные на векторах $\vec{a}(1;\ -2;5)$ и $\vec{b}(3;-1;0)$?
5. Даны 3 последовательные вершины параллелограмма: A(1,1,4), B(2,3,-1) и C(-2,2,0). Найти координаты вершины D.
6. (∓) Даны точки A(0;2;-1), B(1;-1;4) и C(α;-1;β). При каких α и β точка C лежит на прямой AC?
7. Найти скалярное произведение $(3\vec{a} - 2\vec{b}, 2\vec{a} + \vec{b})$, если $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3$, $\widehat{\vec{a}, \vec{b}} = 120^0$
8. Даны векторы $\vec{a} = (2;\ 3;-1)$, $\vec{b} = (-1; 2; 1)$.Найти скалярное произведение $(3\vec{a} - \vec{b}, \vec{a} + 2\vec{b})$
9. Найти косинус угла между векторами $\vec{a} = (2;\ -2; 1)$, $\vec{b} = (-6; 3; 2)$.
10. В треугольнике ABC с вершинами A(5;-1;4), B(3;-2;5) и C(5;2;3) найти:
   а) длину медианы AM;
   б) координаты точки пересечения медиан
   в) основание биссектрисы BL.
   г) величину угла B
11. Найти острый угол между диагоналями параллелограмма , построенного на векторах $\vec{a}(2;\ 1{:}\,0)$ и $\vec{b}(0;-1;1)$
12. Вычислить проекцию вектора $2\vec{a} - \vec{b}$ на вектор $\vec{a} + \vec{b}$, если $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1, \widehat{\vec{a}, \vec{b}} = 120^0$
13. (±) Дано $\vec{a} \perp \vec{b}$, $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 1$, $\widehat{\vec{a}, \vec{c}} = \widehat{\vec{b}, \vec{c}} = \pi/3$. Найти $(\vec{e}, \vec{f})$, где $\vec{e} = 2\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{f} = \vec{c} - \vec{a}$
14. (±) Найти вектор $\boldsymbol{b}$, если $\boldsymbol{a} = \{2; -2; 3\}$, $\boldsymbol{b} \parallel \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{ab} = -51$
15. (∓) Найти проекцию вектора $\boldsymbol{a} = \{7; 0; -5\}$ на ось, образующую с координатными осями Ox и Oy углы 60^o и 45^o, а с осью Oz – тупой угол γ
16. (∓) Даны векторы $\vec{a} = (3;\ -2; 6)$, $\vec{b} = (-2; 1; 0)$. Определить проекции векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на векторы $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$, $-\frac{1}{2}\vec{b}$

Занятие 10 . Векторное и смешанное произведения векторов

1. Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{\imath} - \vec{\jmath} - 2\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + \vec{k}$. Найти $\left[2\vec{a} - \vec{b}, \vec{a} + 2\vec{b}\right]$.
2. Найти площадь треугольника и длину высоты BD в треугольнике ABC с вершинами A(5;-1;4), B(3;-2;5) и C(5;2;3.
3. (∓) Вычислить площадь параллелограмма, диагоналями которого служат векторы $2\vec{e} - \vec{f}$ и $4\vec{e} - 5\vec{f}$, где $\vec{e}$ и $\vec{f}$ – орты, $\widehat{\vec{e}, \vec{f}} = \pi/4$.
4. Вычислить угол между векторами $\vec{a} = 2\vec{p} + 3\vec{q}$ и $\vec{b} = 4\vec{p} - \vec{q}$ и площадь параллелограмма, построенного на этих векторах, если $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 3$, $\widehat{\vec{p}, \vec{q}} = 2\pi/3$.
5. Компланарны ли векторы $\vec{a} = 2\vec{\imath} - \vec{\jmath} + 2\vec{k}$. $\vec{b} = \vec{\imath} + 2\vec{\jmath} - 3\vec{k}$ и $\vec{c} = 3\vec{\imath} - 4\vec{\jmath} + \vec{k}$?
6. Найти объем тетраэдра с вершинами O(1;1;2), A(2;3;-1), B(2;-2;4) и C(-1;1;3) и высоту OD.
7. Лежат ли точки A(1;0;7), B(2;-2;4) и C(-1;1;3) D(3,2,-1) в одной плоскости?
8. При каких λ векторы $\vec{a} = (\lambda;\ 3:1)$, $\vec{b} = (5; -1; 2)$, $\vec{c} = (-1;\ 5:4)$ компланарны?
9. (∓) Векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ образуют левую тройку, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 3$, $\widehat{\vec{a}, \vec{b}} = \pi/3$, $\vec{a} \perp \vec{c}$, $\vec{c} \perp \vec{b}$. Вычислить их смешанное произведение.
10. . Даны векторы ***a*** = {2; -1; 1}, ***b*** = {3; 3; 4} и ***c*** = {2; 0; 2}. Найти координаты вектора ***d***, если известно, что он перпендикулярен векторам ***a*** и ***b***, а скалярное произведение ***dc*** = -8

Занятие 11 . Уравнение прямой на плоскости

1. а) Написать уравнение прямой, проходящей через точки A(-3;4) и B(2;3).
   б) Найти общее уравнение прямой.
   в) Найти угол наклона полученной прямой к положительному направлению оси OX.
   г) Составить уравнение прямой, проходящей через точку A перпендикулярно данной.

2. Даны вершины треугольника A(1;2); B(2;-2) и C(4;3). Найти:

   а) уравнение стороны AC;
   б) уравнение медианы AM;
   в) уравнение высоты BD;
   г) уравнение средней линии, параллельной AC.
3. Дана прямая L: $-2x + y - 1 = 0$ и точка A(-1;2).
   а) Вычислить расстояние от точки A до прямой L.
   б) Написать уравнение прямой, проходящей через точку A параллельно прямой L.
   в) Написать параметрическое уравнение прямой, проходящей через точку A перпендикулярно прямой L.
   г) Найти угол между прямой L и прямой $3x - 5y + 7 = 0$.
   д) Найти проекцию точки A на прямую L.
   е) Найти точку, симметричную точке A относительно прямой L.
   ж) Найти уравнение прямой, равноудаленной от точки A и прямой L.
   4. Даны уравнения двух сторон параллелограмма: 2x + y + 3 = 0 и 2x – 5y + 9 = 0 и уравнение одной из его диагоналей: 2x – y - 3 = 0. Найти координаты вершин этого параллелограмма
   5. Составить уравнения сторон треугольника ABC, Если A(3; -1) и B(5; 7) – вершины треугольника ABC, а $M(4; -1)$ – точка пересечения его высот.
   6. Составить уравнения всех прямых, проходящих через точку M(2; 3) и отсекающих от координатного угла треугольник площадью 12.

Занятие 12 . Уравнение плоскости

1. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку A(2;5;-3) перпендикулярно BC, где B(7;8;-1), C(9;7;4).
2. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку A(1;0;-2) параллельно плоскости $2x - y + 5z - 4 = 0$.
3. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M(2;-1;5) параллельно векторам $\vec{a} = (3;\ -1:1)$ и $\vec{b} = (2;1;-2)$.
4. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M(2;-1;3) перпендикулярно линии пересечения плоскостей $2x + y - 2z + 1 = 0$ и $x + y + z - 5 = 0$.
5. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки A(2;3;-1) и B(1;5;3) параллельно вектору $\vec{a} = (3;\ -1:3)$.
6. Найти расстояние от точки M(1;2;-3) до плоскости, проходящей через точки A(-3;4;-7), B(1;5;-4) и C(-5;-8;0).
7. Найти точку пересечения плоскостей $x - y - z - 10 = 0$, $4x + 11z + 43 = 0$ и $7x - 5y - 31 = 0$
8. Исследовать взаимное расположение плоскостей. Если плоскости параллельны, найти расстояние между плоскостями. Если пересекаются, то угол между плоскостями.
   а) $x + y - 1 = 0$ и $2x - y + 3z + 1 = 0$.
   б) $x + 2y - 2z + 2 = 0$ и $3x + 6y - 6z - 4 = 0$.

Занятие 13 . Уравнение прямой в пространстве

1. Написать канонические и параметрические уравнения медианы AP треугольника ABC: A(2;3;1), B(1;-2;0) и C(-3;2;2).
2. Написать уравнение прямой, проходящей через точку A(1;-2;0) перпендикулярно плоскости $3x - y + 2z - 1 = 0$.
3. Написать канонические уравнения прямой $\begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ x - y + 2z - 1 = 0 \end{cases}$
4. ($\mp$) Написать канонические уравнения прямой, проходящей через точку A(2; -3; 4) параллельно прямой $\begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ x - y + 2z - 1 = 0 \end{cases}$.
5. Определить угол между прямыми $\begin{cases} 3x - 4y - 2z = 0 \\ 2x + y - 2z + 1 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} 4x + y - 6z - 2 = 0 \\ y - 3z + 2 = 0 \end{cases}$.
6. (±) Доказать, что прямые $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{-2}$ и $\frac{x+1}{1} = \frac{y+11}{2} = \frac{z+6}{1}$ пересекаются. Найти точку пересечения прямых.
7. Найти угол между прямой, проходящей через точки A(-1;0;5) и B(1;2;0) и плоскостью $x - 3y + z = 0$.
8. Найти проекцию точки A(5;2;-1) на плоскость $2x - y + 3z + 23 = 0$.Найти точку, симметричную точке A относительно данной плоскости.
9. Найти проекцию точки A(4;3;10) на прямую $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{5}$ и расстояние от A до прямой.
10. Найти расстояние между прямыми $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{-2}$ и $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2t \\ z = 5 \end{cases}$
11. ($\mp$) Найти расстояние между прямыми $\begin{cases} 5x - 8y - 3z - 10 = 0 \\ x + 4y - 9z - 2 = 0 \end{cases}$ и $\frac{x-4}{6} = \frac{y+6}{3} = \frac{z-3}{2}$
12. Провести плоскость через точку M(2;0;1) и прямую $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{-1}$.

Занятие 14 . Собственные числа и собственные векторы матрицы

1. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы:

а) $\begin{pmatrix} 8 & 9 \\ -5 & -6 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 10 & -6 \\ 18 & -11 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -3 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

Занятие 15 . Приведение квадратичной формы к каноническому виду

1. Привести квадратичную форму к каноническому виду, указать преобразование координат:

а) $\varphi(x_1, x_2) = 9{x_1}^2 + 12x_1x_2 + 4{x_2}^2$; б) $\varphi(\vec{x}) = 3{x_1}^2 + 3{x_2}^2 + 9{x_3}^2 + 8x_2x_3$;

в) $\varphi(\vec{x}) = 11x^2 + 5y^2 + 2z^2 + 16xy + 4xz - 20yz$

Занятие 17 . Уравнения кривой на плоскости

Во всех заданиях сделать чертеж.

1. Найти полуоси, координаты фокусов и эксцентриситет эллипса $9x^2 + 4y^2 = 36$.
2. Составить каноническое уравнение эллипса, зная, что его большая полуось равна 12, эксцентриситет 0,5 .
3. ($\mp$) Составить уравнение эллипса с фокусами в точках $F_1(0; -1)$, $F_2(0; 1)$ и малой полуосью, равной 2.
4. Определить фокусы, вершины и эксцентриситет гиперболы $9x^2 - 16y^2 + 144 = 0$.
5. Составить уравнение гиперболы с фокусами в точках $F_1(0; -3)$, $F_2(0; 3)$ и мнимой полуосью, равной 2. Найти асимптоты.
6. Составить уравнение кривой, каждая точка которой равноудалена от прямой $y = -1$ и точки F(2;-5).
7. Привести к каноническому виду уравнение кривой $2x^2 + 2y^2 - 3x + 4y + 2 = 0.$
8. Привести к каноническому виду уравнение кривой $3x^2 - 18x + 4y + 35 = 0.$
9. Привести к каноническому виду уравнение кривой $x^2 - y^2 - 4x + 2y + 7 = 0.$
10. Привести к каноническому виду уравнение кривой $5x^2 + 4xy + 8y^2 - 36 = 0.$
11. Привести к каноническому виду кривую $9x^2 - 4xy + 6y^2 + 16x - 8y - 2 = 0.$
12. Привести к каноническому виду кривую $13x^2 + 18xy + 37y^2 - 26x - 18y - 27 = 0.$

Занятие 18 . Уравнения поверхности в пространстве

Во всех заданиях установить тип поверхности, сделать чертеж.

1. Исследовать поверхность $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1$ координатными плоскостями. Найти точки пересечения с прямой $\frac{x-\sqrt{11}}{0} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+11}{1}$.
2. $4 - z = x^2 + y^2$.
3. $x^2 - y^2 + z^2 + 4 = 0$.
4. $2x^2 - y^2 + 2z^2 + 4x + 2y + 8z + 1 = 0$.