

## Занятие 12 Системы уравнений и неравенств

1. Для каждого значения параметра решить систему

$$1) \begin{cases} ax + 9y = -6 \\ x + ay = 2 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x^2 - 5x + 4 \geq 0 \\ x^2 - a^2 < 0 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x^2 - 6x - 7 \leq 0 \\ x^2 - a^2 > 0 \end{cases}$$

2. При каких значения параметра система

- 1)  $\begin{cases} bx + 5y = 3 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$  не имеет решений
- 2)  $\begin{cases} 2x + ay = a + 2 \\ (a + 1)x + 2ay = 2a + 4 \end{cases}$  имеет бесконечно много решений
- 3)  $\begin{cases} |x - 2b| \leq 5 \\ |x - 3| \leq b \end{cases}$  имеет единственное решение
- 4)  $\begin{cases} (x + y)^2 = 12 \\ x^2 + y^2 = 2(a + 1) \end{cases}$  имеет ровно 2 решения
- 5)  $\begin{cases} ax^2 + ay^2 - (3a - 16)x + 3ay + 1 = 0 \\ x^2 + y = xy + x \end{cases}$  имеет 4 различных решения  $\{(-\infty; -\frac{17}{2}) \cup (-\frac{17}{2}; 0) \cup (4; 32)\}$
- 6)  $\begin{cases} x^2 - 9 < 0 \\ |x - 4| < b \end{cases}$  не имеет решений
- 7)  $\begin{cases} 16 - x^2 > 0 \\ |x - 3| > b \end{cases}$  не имеет решений
- 8)  $\begin{cases} x^4 - y^4 = 12a - 28 \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$  имеет 4 различных решения  $\{(2; 6 - 2\sqrt{2}) \cup (6 + 2\sqrt{2}; \infty)\}$
- 9)  $\begin{cases} y = (a + 3)x^2 + 2ax + a - 3 \\ y^2 = x^2 \end{cases}$  имеет 4 различных решения  $\{(-\frac{37}{4}; -3) \cup (-3; 3) \cup (3; 37/4)\}$
- 10)  $\begin{cases} (x + ay - 5)(x + ay - 5a) = 0 \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases}$  имеет 4 различных решения  $\{(-\frac{4}{3}; -\frac{3}{4}) \cup (\frac{3}{4}; 1) \cup (1; \frac{4}{3})\}$
- 11)  $\begin{cases} (x^2 + y^2 + 6x) \ln\left(\frac{3x+4y+a}{20}\right) = 0 \\ (x^2 + y^2 + 6x)(x^2 + y^2 - 12x) = 0 \end{cases}$  имеет ровно 2 различных решения  $\{(-28; -6)\}$
- 12)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ 2xy = 3a^2 - 4a \end{cases}$  имеет ровно 2 различных решения  $\{1; 2\}$
- 13)  $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2(a - 4)x - 6ay + 10a^2 - 8a = 0 \\ y^2 = x^2 \end{cases}$  имеет ровно 4 различных решения  $\{(1 - \sqrt{2}; 0) \cup (0; 0.8) \cup (0.8; -2 + 2\sqrt{2})\}$
- 14)  $\begin{cases} \frac{(y^2 - xy - 7y + 4x + 12)\sqrt{x+4}}{\sqrt{7-y}} = 0 \\ a = x + y \end{cases}$  имеет единственное решение  $\{(-\infty; -5] \cup \{5\} \cup [11; \infty)\}$
- 15)  $\begin{cases} 2x - 2y - 2 = |x^2 + y^2 - 1| \\ y = a(x - 1) \end{cases}$  имеет более двух решений  $\{(1; 2)\}$
- 16)  $\begin{cases} |x^2 - 2x| - x^2 = |y^2 - 2y| - y^2 \\ x + y = a \end{cases}$  имеет более двух решений  $\{(0; 1)\}$