

Занятие 3 Простейшие параметры

1. Решить в зависимости от параметра а:

- | | | |
|------------------------------|----------------------------|-----------------------------------|
| 1) $ax = 1$ | 6) $x < \frac{a}{x}$ | 12) $(a - 1)\sqrt{x} \leq 0$ |
| 2) $ax \geq 1$ | 7) $\sqrt{x} \leq -a$ | 13) $(x - 1)\sqrt{x - a} = 0$ |
| 3) $\frac{x-a}{x-5} = 0$ | 8) $\sqrt[3]{x} = a^{1/3}$ | 14) $(x - a)(\sqrt{x} - 1) = 0$ |
| 4) $\frac{x+1}{x^2-a^2} = 0$ | 9) $ \sin x = a$ | 15) $ax = b$ |
| 5) $ x - 3 > a$ | 10) $\arccos x = a$ | 16) $\sqrt{x} + \sqrt{x + a} = 0$ |
| | 11) $\frac{x+a}{x-1} = 0$ | 17) $(x - a) \log_2 x = 0$ |

2. Линейные уравнения и неравенства

Решить в зависимости от параметра а:

- | | |
|---|---|
| 1) $(a^2 - 4)x = a^2 + a - 2$ | 6) $(2 - 3a)x < 3a - 1$ |
| 2) $a^2x + 2a^2 + 10 = 2ax + 9a$ | 7) $a^2x + 2ax \geq 3x + 3 - 3a$ |
| 3) $(3a - 7)x > 5a - 3$ | 8) $\frac{x - \frac{a}{3}}{a} + \frac{x+1}{3} \geq \left(\frac{7}{3} + \frac{8}{a}\right)x$ |
| 4) $2(2x - a + 2) - 3 \geq a^2x - 5(x + 1)$ | |
| 5) $(a^2 - 1)x = a + 1$ | |

3. При каких а неравенство $2x - a > 0$ следует из неравенства $x + 2a - 3 > 0$?

4. При каких значениях параметра уравнение $b^4x + b^2 + (2 + \sqrt{2})b + 2\sqrt{2} = b^2(b + \sqrt{2}) + 4x$ имеет бесконечно много корней

Занятие 4 Квадратичные уравнения и неравенства

1. При каких значениях параметра :

- уравнение $x^2 - x + a = 0$ не имеет решений $\{a > 1/4\}$
- уравнение $ax^2 - (2a + 6)x + 3a + 3 = 0$ имеет единственный корень
- уравнение $(b - 1)x^2 + 2x\sqrt{11 - b^2} + 1 = 0$ имеет 2 различных корня
- большой корень уравнения $x^2 - (6a - 1)x + 9a^2 - 3a = 0$ в 9 раз больше, чем его меньший корень $\{3/8\}$
- большой корень уравнения $x^2 - (10a - 19)x + 25a^2 - 95a + 90 = 0$ меньше 7 $\{a < 3.2\}$
- отношение дискриминанта уравнения $ax^2 + x + 2 = 0$ к квадрату разности его корней равно $8 - 2a$ $\{-4\}$
- уравнение $(ax^2 - (a^2 + 16)x + 16a)\sqrt{x + 5} = 0$ имеет 2 различных корня $\{(-\infty; -5] \cup [-3.2; 0] \cup \{-4; 4\}\}$
- уравнение $x^2 + 2(a^2 + 7a + 3)x + 9 = 0$ имеет 2 различных положительных корня $\{(-6; -1)\}$
- уравнение $ax^2 - (a + 1)x + 2a^2 - 5a - 3 = 0$ имеет 2 корня разных знаков $\{(-\infty; -0.5) \cup (0; 3)\}$
- Функция $f(x) = bx^2 + 4x + 5$ имеет наименьшее значение, которое больше 5.5
- уравнение $ax^2 + (4a + 2)x + 3a + \frac{3}{2} = 0$ имеет единственный корень
- уравнение $bx^2 - 2x\sqrt{15 - b^2} - 2 = 0$ имеет 2 различных корня
- большой корень уравнения $x^2 - (8a - 3)x + 16a^2 - 12a = 0$ в 10 раз больше, чем его меньший корень $\{5/6\}$
- большой корень уравнения $x^2 - (4a - 7)x + 4a^2 - 14a + 12 = 0$ меньше -4 $\{a < -0.5\}$
- уравнение $(x - 2a)^2 + (x - 4a)^2 = 242$ имеет 2 различных корня, среднее арифметическое которых равно -3 $\{-1\}$

- 16) отношение дискриминанта уравнения $ax^2 - x + 4 = 0$ к квадрату разности его корней равно $4a+12$ {-2}
- 17) уравнение $(ax^2 - (a^2 + 9)x + 9a)\sqrt{x+4} = 0$ имеет 2 различных корня $\{(-\infty; -4] \cup [-2.2; 0] \cup \{-3; 3\}\}$
- 18) модуль разности корней уравнения $x^2 - 6x + a^2 - 4a + 12 = 0$ принимает наибольшее значение {2}
- 19) уравнение $x^2 + 2(a^2 - 6a - 3)x + 16 = 0$ имеет 2 различных отрицательных корня $\{(-\infty; -1) \cup (7; +\infty)\}$
- 20) уравнение $(a^2 - a - 2)x^2 - x + a^2 + a - 2 = 0$ имеет 2 корня разных знаков $\{(-2; -1) \cup (1; 2)\}$
- 21) уравнение $x^2 - (a - 1)x + a - 2 = 0$ имеет 2 различных положительных корня
- 22) уравнение $x^2 + 2(a - 3)x + a + 9 = 0$ имеет 2 различных положительных корня
- 23) уравнение $(2 - x)(x + 1) = a$ имеет 2 положительных корня $\{[2; 9/4]\}$
- 24) корни уравнения $ax^2 - (a + 3)x + 3 = 0$ относятся как 3:2 {9/2; 2}
- 25) уравнение $4(x - \sqrt{p \cdot 7^p})x + p + 7(7^p - 1) = 0$ имеет решения $\{[7; \infty) \cup \{0\}\}$
- 26) Квадратный трехчлен $0.5x^2 - 2x - 5a + 1$ имеет 2 различных корня, сумма кубов которых меньше 40
- 27) Квадратный трехчлен $-2x^2 + 4x - 3b + 1$ имеет 2 различных корня, сумма кубов которых меньше 20
- 28) Квадратный трехчлен $(a - 2)x^2 - 2ax + 2a - 3$ имеет 2 различных корня одного знака
- 29) Функция $f(x) = bx^2 - 6x + 3$ имеет наименьшее значение, которое меньше 2.5
- 30)

2. При каких значениях параметра :

- 1) неравенство $bx^2 + 4bx + 5 \leq 0$ не имеет решений
- 2) неравенство $ax^2 - 4ax - 3 \leq 0$ выполняется при всех x
- 3) из неравенства $ax^2 - (2 + a^2)x + 2 > 0$ следует неравенство $x < 1$
- 4) неравенство $(4 - b^2)x^2 + 2(b + 1)x - 1 > 0$ не имеет решений
- 5) неравенство $(a + 4)x^2 - 2ax + 2a - 6 > 0$ не выполняется ни при каком x
- 6) неравенство $(a - 3)x^2 - (1 + a)x + a + 1 \geq 0$ выполняется при всех x
- 7) неравенство $x^2 + 2(1 - 2a)x + 2 - a > 0$ истинно при всех x
- 8) неравенство $(a + 1)x^2 - 2(3a - 1)x + 3 > a$ истинно при всех x
- 9) неравенство $(a - 1)x^2 - 2(a - 1)x + 3a - 5 < 0$ истинно при всех x
- 10) неравенство $(a^2 - a + 1)x^2 + (1 - 5a)x + 3 \geq 0$ истинно при всех x
- 11) Все решения неравенства $\frac{x-2}{x-5} < 0$ удовлетворяют нер-ву $x^2 + (4 - a)x - 4a + 4 > 0$
- 12) Нер-во $x^2 - (a - 2)x - 2a - 4 < 0$ выполняется при всех x , для которых $|x + 1| < 2$
- 13) Множество решений неравенства $x^2 + 3x - 4 > 0$ содержит все решения неравенства $ax^2 + (8a^2 - 1)x - 8a > 0$

3. Для каждого значения параметра решить неравенство:

- | | |
|---------------------------------------|---|
| 1) $ax^2 - x + 2 < 0$ | 5) $ax^2 + (2a - 3)x + a + 1 \leq 0$ |
| 2) $x^2 - 2ax + 2a^2 + 4a + 4 \leq 0$ | 6) $(a + 1)x^2 + (2a - 1)x + a + 2 > 0$ |
| 3) $9x^2 + 12ax + 5a^2 \leq 4a - 4$ | 7) $x^2 - (3a + 6)x + 2a^2 + 11a + 5 < 0$ |
| 4) $x^2 + (a - 2)x + 2 - a > 0$ | 8) $x^2 - (4a + 2)x + 3a^2 + 8a - 3 > 0$ |

Занятие 5 Расположение корней квадратного трехчлена

1. При каких значениях параметра :
 - 1) уравнение $(a - 4)x^2 - 3ax + a - 2 = 0$ имеет 2 корня разных знаков $\{ (2; 4) \}$
 - 2) уравнение $x^2 - (3 + 4a)x + 3a + 4 = 0$ имеет 2 корня разных знаков, модуль каждого из которых меньше 5 $\{(-\frac{44}{23}; -\frac{4}{3}) \}$
 - 3) уравнение $(a - 3)x^2 - 2(3 + a)x - 3 - a = 0$ имеет хотя бы 1 корень, меньший 1 $\{(-\infty; -3] \cup [0; +\infty) \}$
 - 4) уравнение $(a^2 - a)x^2 - (a - 2)x - a - 6 = 0$ имеет 2 различных корня, один из которых меньше 1, а другой - больше 1 $\{ (-1; 0) \cup (1; 4) \}$
 - 5) уравнение $(a - 3)x^2 - 2(a + 3)x - 2a - 3 = 0$ имеет 2 различных корня, принадлежащих интервалу $(-2; 1)$ $\{ (-4; -1) \cup (0; 0.5) \}$
 - 6) неравенство $x^2 + ax + a^2 + 6a < 0$ будет выполнено для любого значения x из интервала $(0; 4)$ $\{[-6; -2] \}$
 - 7) любое решение неравенства $(a - 2)x^2 - (2a + 3)x + a + 1 > 0$ принадлежит промежутку $[-1; 1]$ $\{(-\frac{17}{16}; -\frac{1}{2}] \}$
 - 8) уравнение $(a - 2)x^2 - 4ax + a - 1 = 0$ имеет 2 корня разных знаков $\{ (1; 2) \}$
 - 9) уравнение $(25 - a^2)x^2 - (4a^2 - a - 7)x + a - 5 = 0$ имеет 2 корня разных знаков $\{ (-5; 5) \cup (5; +\infty) \}$
 - 10) уравнение $(a^2 - a - 6)x^2 - 2ax + a^2 - 9 = 0$ имеет 2 различных корня, один из которых меньше -1, а другой - больше -1 $\{ (-3; -2) \cup (2.5; 3) \}$
 - 11) уравнение $x^2 - (2a - 5)x + a - 7 = 0$ имеет 2 корня разных знаков, модуль каждого из которых меньше 3 $\{(\frac{13}{7}; \frac{17}{5}) \}$
 - 12) уравнение $(a + 1)x^2 - (2a + 1)x + 2a - 5 = 0$ имеет 2 корня разных знаков, модуль каждого из которых больше 4 $\{(-1; -0.7) \}$
 - 13) уравнение $(a - 5)x^2 + 2(a + 1)x - 2a + 1 = 0$ имеет 2 различных корня, принадлежащих интервалу $(-1; 2)$ $\{ (-2; 1) \cup (2; 2.5) \}$
 - 14) Корни уравнения $(a^2 - 1)x^2 + (2a + 1)x - 3 = 0$ лежат по разные стороны от точки 1
 - 15) Число (-1) заключено между корнями уравнения $(4 - b^2)x^2 - (3b - 1)x + 7 = 0$
 - 16) Корни квадратного трехчлена $(a^2 + 3a - 4)x^2 - (3a + 1)x + 1$ имеют разные знаки и расположены по разные стороны от числа 1
 - 17) Корни уравнения а) $3x^2 + 2(a - 1)x + 1 = 0$ б) $x^2 - (3a + 2)x + 2a - 1 = 0$ существуют, причем один больше 1, а второй - меньше 1
 - 18) Уравнение $x^2 - (2a + 6)x + 4a + 12$ имеет по крайней мере один корень, и каждый корень меньше 1
 - 19) Оба корня уравнения $x^2 - 4ax + 1 - 2a + 4a^2 = 0$ больше 1
 - 20) неравенство $x^2 - (a - 5)x + a^2 - 4a - 5 < 0$ будет выполнено для любого значения x из интервала $(-4; 0)$ $\{[-1; 3] \}$
 - 21) любое решение неравенства $4(a - 3)x^2 - 2(2a + 1)x + a > 0$ принадлежит промежутку $[-2; 2]$ $\{(-\frac{1}{16}; \frac{44}{25}] \}$
 - 22) уравнение $(a + 4)x^2 + 4(1 + a)x + 2a + 2 = 0$ имеет хотя бы 1 корень, больший -2 $\{(-\infty; -1] \cup [2; +\infty) \}$
 - 23) уравнение $(a - 2)x^2 - 4(1 + a)x + 2a + 2 = 0$ имеет хотя бы 1 корень, меньший 2 $\{(-\infty; -4] \cup [-1; +\infty) \}$