

Занятие 1 Основные элементарные функции

1. Найдите область существования следующих функций:

а) $y = \frac{\sqrt{(x-1)^2(x-2)}}{x^2-25}$; б) $y = \log_2 \log_3 \log_4 x$; в) $y = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$; г) $y = \frac{\operatorname{ctg} x}{\sqrt{\sin x + \cos x}}$;

д) $y = \arccos \sqrt{x}$; е) $y = \ln \sin \ln x$; ж) $y = \frac{x^2}{1-x} + \frac{1}{|x+2|}$; з) $y = \sqrt{5^x - 5^{-x}}$.

2. Выяснить, какие из следующих функций являются ограниченными:

а) $y = 4 \sin 5x + 7 \cos 8x$; б) $y = \frac{x^2+x+2}{x^2+x+1}$; в) $y = 2^{\log_{1/3} x}$; г) $y = \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x$;

д) $y = 2^{\sin x} + 2^{\cos x}$; е) $y = \log_3(2 + \cos x)$; ж) $y = \arcsin(\sin x)$; з) $y = \sin(\arcsin x)$.

3. Определить промежутки монотонности следующих функций:

а) $y = |x - 2|$; б) $y = \sin 2x$; в) $y = x + \frac{1}{x^2}$; г) $y = \lg|x|$; д) $y = |\lg x|$;

е) $y = 3^{|x|}$; ж) $y = \frac{x}{x^2+1}$; з) $y = \frac{x}{1-x}$; и) $y = x^4 - x^2$; к) $y = \operatorname{tg} 3x$.

4. Какие из указанных функций являются четными? Нечетными? Функциями общего вида?

а) $y = \sin 2x \cos 3x$; б) $y = \sqrt{2x-1}$; в) $y = |x-1| - 2|x| + |x+1|$; г) $y = \ln \frac{1-x}{1+x}$;

д) $y = x^2 + \sin x$; е) $y = \log_2(x + \sqrt{1+x^2})$; ж) $y = \frac{a^x+a^{-x}}{a^x-a^{-x}}$; з) $y = \sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{(1-x)^2}$.

Занятие 2 Графики функций

1. Нарисовать графики следующих функций, используя преобразования графиков элементарных функций:

а) $y = -\frac{1}{2} \sin(2x + \frac{\pi}{3})$; б) $y = \arcsin \frac{1-2x}{3}$; в) $y = |\log_2|1-x||$; г) $y = 3^{|\log_3 x|}$;

д) $y = \sin x \cos x$; е) $y = \sin x - \sqrt{3} \cos x$; ж) $y = \sqrt{2}^{\log_2 x}$; з) $y = 4^{\log_4|x|}$;

и) $y = \sqrt{1 - \sin^2 x}$; к) $y = \operatorname{arctg} \frac{1-2x}{3}$; л) $y = 1 - \sqrt[3]{(1-x)^2}$; м) $y = x^{\log_x(1-x^2)}$.

2. Нарисовать графики следующих функций:

а) $y = x + \frac{1}{x}$; б) $y = 5^x - 5^{-x}$; в) $y = x + \sin x$; г) $y = x + \frac{1}{x^2}$; д) $y = x \sin x$;

е) $y = \frac{x^2}{x^2+1}$; ж) $y = \frac{x}{x^2+1}$; з) $y = \frac{x}{1-x^2}$; и) $y = \log_2 \frac{x+1}{x+2}$; к) $y = \log_{1/3}(x^2 - 5x + 6)$