**Теория вероятностей.**

**Тема 1. Случайные события**

**Занятие 1**

**Цель**: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Сколькими способами можно расположить на полке пятитомное собрание сочинений?

б) В математическом кружке 25 членов. Необходимо избрать председателя, его заместителя, редактора стенгазеты и секретаря. Сколькими способами можно образовать эту руководящую четверку, если одно лицо может занимать только один пост?

в) В районной организации некоторой партии насчитывается 150 членов. Сколькими способами можно избрать 6 делегатов на съезд.

**На дом**

г) Для полета на Марс необходимо укомплектовать экипаж космического корабля в составе: командир корабля, первый помощник, второй помощник, два бортинженера и один врач. Командная тройка может быть отобрана из 25 летчиков, 2 бортинженера – из числа 20 равноценных технических специалистов, а врач – из числа 8 медиков. Сколькими способами можно укомплектовать экипаж корабля?

д) На тренировке занимаются 12 баскетболистов. Сколько может быть образовано тренером разных стартовых пятерок?

3. Решить задачи:

а) Из колоды карт (36 карт) наудачу вынимается одна карта. Найти вероятность того, что она окажется тузом.

б) Четырем игрокам раздается поровну колода из 36 карт. Определить вероятность того, что каждый игрок получил карты только одной масти?

**На** **дом**

в) В урне 30 шаров: 10 красных, 5 синих и 15 белых. Найти вероятность появления цветного шара.

г) Из колоды карт (36 карт) наудачу вынимаются три карты. Найти вероятность того, что среди них окажется только один туз.

4. Решить задачи:

а) Слово составлено из карточек, на каждой из которых написана одна буква. Карточки смешивают и вынимают без возврата по одной.

Найти вероятность того, что карточки с буквами вынимаются в порядке следования букв заданного слова: а) «событие»; б) «статистика»?

б) Наудачу взятый телефонный номер состоит из 5 цифр.

Какова вероятность того, что в нем все цифры: различные; одинаковые; нечетные. Известно, что номер телефона не может начинаться с цифры ноль.

**На дом**

в) Пятитомное собрание сочинений расположено на полке в случайном порядке. Какова вероятность того, что книги слева направо в порядке нумерации томов (от 1 до 5)?

г) Среди 15 лампочек 4 стандартные. Одновременно берут наудачу 2 лампочки. Найти вероятность того, что хотя бы одна из них нестандартная.

5. Среди 25 студентов, из которых 15 девушек, разыгрываются 4 приглашения на дискотеку, причем каждый может выиграть только один билет. Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся а) только девушки, б) только юноши?

**На дом**

Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся две девушки и двое юношей?

**Занятие 2**

**Цель**: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4 и 5, если цифры могут повторяться? При условии, что ни одна цифра не повторяется?

б) Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 0, 1?

**На дом**

в) В продажу поступили открытки 10 разных видов. Сколькими способами можно образовать набор из 12 открыток? из 8 открыток?

г) Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, если допускается повторение этих цифр?

3. Решить задачи:

а) Какова вероятность того, что наудачу брошенная в круг точка окажется внутри вписанного в него квадрата?

б) В районе площадью 16 кв. км находится объект противника. Для его обнаружения выслана разведывательная группа. Оценить эффективность действия разведывательной группы через 1 час ведения разведки, если ее скорость передвижения в районе составляет 3 км/час при эффективном радиусе обнаружения 1 км.

**На дом**

в) Какова вероятность того, что наудачу брошенная в круг точка окажется внутри вписанного в него равностороннего треугольника?

4. Решить задачи:

а) Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифры 5.

б) В ящике 90 стандартных и 10 нестандартных деталей. Какова вероятность того, что среди 10 наугад вынутых деталей бракованных не окажется?

5. Решить задачи:

а) Имеется коробка с девятью новыми теннисными мячами. Для игры берут три мяча, а после игры кладут их обратно. При выборе мячей игранные от неигранных не отличаются. Какова вероятность того, что после трех игр в коробке не останется неигранных мячей?

б) В одной группе 18 студентов, из которых 9 учатся на «отлично». В другой – 16 студентов, из которых на «отлично» учатся 4. Из каждой группы случайным образом выбрали по одному студенту. Какова вероятность того, что а) студент каждой группы учится на «отлично»; б\*) оба учатся на «отлично»?

в) Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Зачет считается сданным, если студент ответит не менее чем на 3 из 4 поставленных в билете вопросов. Взглянув на первый вопрос, студент понял, что он его знает. Какова вероятность того, что студент: а) сдаст зачет; б)не сдаст зачет?

**На дом**

г) Из ящика, содержащего 5 пар обуви, из которых три пары мужской, а две пары – женской, перекладывают наудачу 2 пары обуви в другой ящик, содержащий одинаковое количество пар женской и мужской обуви. Какова вероятность того, что во втором ящике после этого окажется одинаковое количество пар мужской и женской обуви? {Ответ: 0,6}

д) Для проведения соревнования 16 волейбольных команд разбиты по жребию на две подгруппы (по восемь команд в каждой). Найти вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся: в разных подгруппах; в одной подгруппе. {Ответ: 8/15 ; 7/15}

**Занятие 3.**

**Цель**: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9; второй – 0,9 третий – 0,8. Найти вероятность того, что студентом будут сданы: только второй экзамен; только один экзамен.

б) Прибор, работающий в течение времени t, состоит из трех узлов, каждый из которых независимо от других может за это время выйти из строя. Неисправность хотя бы одного узла выводит прибор из строя целиком. Вероятность безотказной работы в течение времени t первого узла равно 0,9; второго – 0,95, а третьего – 0,8. Найти вероятность того, что в течение времени t прибор выйдет из строя.

**На дом**

в) Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9; второй – 0,9 третий – 0,8. Найти вероятность того, что студентом будут сданы: три экзамена; по крайней мере, два экзамена; хотя бы один экзамен. {Ответ: 0,648; 0,954; 0,998}

г) Студент разыскивает нужную ему формулу в трех справочниках. Вероятность того, что формула содержится в первом, втором и третьем справочниках, равна соответственно 0.6, 0.7 и 0.8. Найти вероятность того, что эта формула содержится не менее чем в двух справочниках. {Ответ: 0,788}

3. На полке стоит 10 книг, среди которых три книги по теории вероятностей. Наудачу берутся три книги. Какова вероятность того, что среди отобранных есть хотя бы одна книга по теории вероятностей?

**На дом**

На связке 5 ключей. К замку подходит только один ключ. Найти вероятность того, что потребуется не более двух попыток открыть замок, если опробованный ключ в дальнейших испытаниях не участвует. {Ответ: 0,4}

4. По результатам проверки зачетных работ оказалось, что в первой группе получили зачет 20 студентов из 30, а во второй 16 из 32. Какова вероятность того, что наудачу выбранная зачтенная работа принадлежит студенту первой группы?

**На дом**

Два стрелка сделали по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,8, а для второго – 0,5. В мишени оказалась одна пробоина. Найти вероятность того, что пробоина принадлежит второму стрелку. {Ответ: 5/13}

5. В семье двое детей. Известно, что один из них мальчик. Какова вероятность, что оба ребенка – мальчики?

6\*. Решить задачи:

а) Среди клиентов банка 80% являются физическими лицами и 20% – юридическими. Из практики известно, что 40% всех операций приходится на долгосрочные расчеты, и в тоже время из общего числа операций, связанных с физическими лицами, 30% приходится на долгосрочные расчеты.

Какова вероятность того, что наудачу выбранный клиент является юридическим лицом и осуществляет долгосрочный расчет?

б) Брак в продукции завода вследствие дефекта ***А*** составляет 4%, а вследствие дефекта ***В*** – 3,5%. Годная продукция завода составляет 95%.

Найти вероятность того, что: а) среди продукции, не обладающей дефектом ***А,*** встретится дефект ***В***; б) среди забракованной по признаку ***А*** продукции встретится дефект ***В.***

**На дом**

в) Вероятность того, что студент сдаст экзамен по дисциплине ***А***, равна 0,8. Условная вероятность того, что студент сдаст экзамен по дисциплине ***В*** равна: 0,6 при условии, что он экзамен по дисциплине ***А*** сдаст; 0,5 при условии, что – не сдаст. Необходимо: 1) Найти вероятность того, что экзамен хотя бы по одной из двух дисциплин студент: сдаст; не сдаст. 2) Определить являются ли события – сдача экзаменов по дисциплинам ***А*** и ***В*** независимыми? {Ответ: 0,9; 0,52 ; зависимы}

г) В магазине продаются 10 телевизоров, 3 из которых имеют дефекты. Какова вероятность того, что посетитель купит телевизор, если для выбора телевизора без дефектов понадобится не более трех попыток?{Ответ: 121/240}

**Занятие 4**

**Цель**: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) В торговую фирму поступили телевизоры от трех поставщиков в отношении 1: 4: 5. Практика показала, что телевизоры, поступающие от 1-го, 2-го и 3-го поставщиков, не потребуют ремонта в течение гарантийного срока соответственно в 98%, 88% и 92% случаев. Найти вероятность того, что поступивший в торговую фирму телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока. Проданный телевизор потребовал ремонта в течение гарантийного срока. От какого поставщика вероятнее всего поступил этот телевизор?

б) Страховая компания разделяет застрахованных клиентов по классам риска: I − малый риск, II − средний, III − большой риск. Среди этих клиентов: 50% − первого класса риска, 30% − второго и 20% − третьего. Вероятность необходимости выплачивать страховое вознаграждение для первого класса риска равна 0,01, второго 0,03 и третьего − 0,08.

Какова вероятность того, что: застрахованный клиент получит денежное вознаграждение за период страхования; получивший денежное вознаграждение застрахованный клиент относится к группе малого риска?

в) В урне два белых и три черных шара. Два игрока по очереди вынимают из урны по шару, не возвращая их обратно. Выигрывает тот, кто раньше вынет белый шар. Найти вероятность того, что выиграет первый игрок.

г) Два руководителя планируют создать совместное предприятие, если в течение года каждому из них удается сформировать свою долю начального капитала. Вероятности этого равны соответственно 0,4 и 0,7. По истечении года выяснилось, что совместное предприятие не может быть создано. Какова вероятность того, что каждый участник сумел накопить свою долю начального капитала?

**На дом**

д) В данный район изделия поставляются тремя фирмами в соотношении 5:8:7. Среди продукции первой фирмы стандартные изделия составляют 90%, второй – 85%, третьей – 75%. Найти вероятность того, что: а) приобретенное изделие окажется нестандартным; б) приобретенное изделие оказалось стандартным. Какова вероятность того, что оно изготовлено третьей фирмой? {Ответ: 0,1725; 0,317}

е) Вся продукция цеха проверяется двумя контролерами, причем первый контролер проверяет 55% изделий, а второй − остальные. Вероятность того, что первый контролер пропустит нестандартное изделие, равна 0,01, а второй − 0,02. Взятое наудачу изделие, маркированное как стандартное, оказалось нестандартным. Найти вероятность того, что это изделие проверялось вторым контролером. {Ответ: 0,621}

ж) Из урны содержащей три белых и пять черных шаров, два человека вынули поочередно по шару (без возвращения). Какова вероятность того, что первый вынул белый шар, если второй вынул черный? {Ответ: 3/7}

з) Два стрелка поочередно стреляют по мишени до первого попадания. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,2, а для второго – 0,3. Какова вероятность того, что первый сделает больше выстрелов? {Ответ: 0,45}

3. Вероятность, что малое предприятие станет банкротом в течение года равна 0,2. Найти вероятность, что из восьми малых предприятий за первый год обанкротятся два предприятия.

**На дом**

Найти вероятность, что из восьми малых предприятий за первый год обанкротятся более двух предприятий. {Ответ: 0,78}

**Занятие 5**

**Цель**: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. В институте обучается 730 студентов. Вероятность того, что день рождения студента приходится на определенный день года, равна 1/365. Найти наиболее вероятное число студентов, родившихся 1 января, оценить вероятность такого события.

3\*. В группе обучается 36 студентов. Вероятность того, что день рождения студента приходится на определенный день года, равна 1/365. Оценить вероятность того, что, по крайней мере, 2 студента имеют одинаковый день рождения.

4. Фирма раскладывает рекламные листки по почтовым ящикам. Прежний опыт работы показывает, что на 500 рекламных листков приходится один заказ. Оценить вероятность того, что при размещении 25 тысяч листков число заказов будет равно 48.

**На дом**

Оценить вероятность того, что при размещении 25 тысяч листков число заказов будет находиться в пределах от 45 до 55. {Ответ: 0,52}

5. Решить задачи

а) Учебник издан тиражом 10000 экземпляров. Вероятность того, что экземпляр учебника сброшюрован неправильно, равна 0,0001. Найти вероятность того, что: тираж содержит 5 бракованных книг; по крайней мере 9998 книг сброшюрованы правильно.

б) Для поражения цели необходимо не менее трех попаданий. Определить вероятность поражения цели, если вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,3 и производится пять выстрелов.

в) Вероятность того, что при одном выстреле стрелок попадет в десятку, равна 0,6. Сколько выстрелов должен сделать стрелок, чтобы с вероятностью не менее 0,8 он попал в десятку хотя бы один раз?

**На дом**

г) При обследовании уставных фондов банков установлено, что пятая часть банков имеют уставный фонд свыше 100 млн. руб. Найти вероятность того, что среди 1800 банков имеют уставный фонд свыше 100 млн. руб.: не менее 300; от 300 до 400 включительно. {Ответ: 0,998; 0,99065}

д) Подводная лодка атакует крейсер, выпуская по нему одну за другой 4 торпеды; вероятность попадания каждой – 3/4. Любая из торпед с одинаковой вероятностью может пробить один из 10 отсеков крейсера, которые в результате попадания наполняются водой. При заполнении хотя бы двух отсеков крейсер тонет. Вычислить вероятность гибели крейсера. {Ответ:0,9237}

е) Вероятность того, что событие А появится хотя бы один раз при двух независимых испытаниях, равна 0,75. Найти вероятность появления события в одном испытании (предполагается, что вероятность появления события в обоих испытаниях одна и та же). {Ответ: 0,5}

**Тема 2. Случайные величины**

**Занятие 1 (6)**

**Цель**: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Вероятность того, что студент сдаст семестровый экзамен в сессию по дисциплинам ***А*** и ***Б***, равны соответственно 0,7 и 0,9. Составить закон распределения числа семестровых экзаменов, которые сдаст студент.

б) Дана случайная величина Х:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *xi* | -2 | 1 | 2 |
| *pi* | 0,5 | 0,3 | 0,2 |

Найти закон распределения случайных величин: а) Y=3X; б) Z=X2.

Построить функцию распределения, найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение исходных и полученных случайных величин*.*

3. Решить задачи:

а) Вероятность поражения вирусным заболеванием куста земляники равна 0,2. Составить закон распределения числа кустов земляники, зараженных вирусом, из четырех посаженных кустов.

б) Клиенты банка, не связанные друг с другом, не возвращают кредиты в срок с вероятностью 0,1. Составить закон распределения числа возвращенных в срок кредитов из 5 выданных. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

в) В билете три задачи. Вероятность правильного решения первой задачи равна 0,9, второй – 0,8, третьей – 0,7. Составить закон распределения числа правильно решенных задач в билете и вычислить математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

г) Случайные величины X и Y независимы и имеют один и тот же закон распределения:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Значение – *xi* | 1  | 2 | 4 |
| Вероятность – *pi* | 0,2 | 0,3 | 0,5 |

Составить закон распределения случайных величин 2***Х*** и ***Х****+****Y***. Убедиться в том, что 2***X*** ≠ ***X***+***Y***, но M[2***X***] = M[***X***+***Y***].

**На дом**

д) Стрелок ведет стрельбу по цели с вероятностью попадания при каждом выстреле 0,2. За каждое попадание он получает 5 очков, а в случае промаха очков ему не начисляют. Составить закон распределения числа очков, полученных стрелком за 3 выстрела, и вычислить математическое ожидание этой случайной величины. { Ответ: Mx=3}

е) Контрольная работа состоит из трех вопросов. На каждый вопрос приведено 4 ответа, один из которых правильный. Составить закон распределения числа правильных ответов при простом угадывании. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины. {Ответ: Mx=3/4; Dx=9/16}

ж) Найти закон распределения числа пакетов трех акций, по которым владельцем будет получен доход, если вероятность получения дохода по каждому из них равна соответственно 0,5, 0,6, 0,7. Найти математическое ожидание и дисперсию данной случайной величины, построить функцию распределения. . { Ответ: Mx=1,8; Dx=0,7}

з) Два стрелка сделали по два выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,6, для второго − 0,7. Необходимо: составить закон распределения общего числа попаданий; найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины. { Ответ: Mx=2,6; Dx=0,9}

**Аудиторная контрольная по теме 1 (случайные события)**: письменное решение одной из задач домашнего задания предыдущих занятий (варианты контрольной разрабатываются лектором по согласованию с преподавателями, ведущими практические занятия); теоретический вопрос.

**Занятие 2** (7) (в компьютерном классе)

**Цель**: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Вычислить значения плотности равномерного распределения, сосредоточенного на интервале [***a***,***b***], значения функции этого равномерного распределения для массива аргумента от -1 до 4 с шагом 0,1. Построение выполнить для ***a*** = 1, ***b*** = 3. При вычислении использовать логические функции. Построить графики плотности этого равномерного распределения и функции этого распределения.

3. Малое предприятие оказывается банкротом в течение года с вероятностью ***р***. Найти вероятности того, что в течение года банкротами станут 0, 1, 2, 3, 4, 5 малых предприятий из пяти зарегистрированных в данном регионе. Вычислить с использованием стандартной функции Excel (БИНОМРАСП) для ***р*** = 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,7; 0,8. Построить полученные распределения графически. Найти наиболее вероятное число предприятий, ставших банкротами, для каждого из указанных значений вероятности.

4. Построить таблицу значений плотности и функции нормального распределения с параметрами ***a*** и ***σ*** на интервале [-5, 5] с шагом 0,1 (с использованием стандартной функции Excel (НОРМРАСП)). Построить графики полученных функций. Проанализировать зависимость формы и положения графика от значений параметров. Остановиться на графиках стандартного нормального распределения (a = 0; ***σ*** = 1).

5. Использование нормализованных значений (НОРМАЛИЗАЦИЯ), определение квантилей.

Школьник участвует в двух олимпиадах. На одной он набрал 70 баллов, на другой – 80. Где он выступил удачнее, если средний балл участника первой олимпиады равен 60, а второй – 70, стандартное отклонение в первом случае равно 5, а во втором – 10? Проиллюстрировать результат на графике.

**На дом**

Построение и анализ графиков плотностей и функций распределений Пуассона и экспоненциального с использованием стандартных функций Excel (ПУАССОН, ЭКСПРАСП) по заданию, выданному на занятии.

**Образовательные технологии**: применение вычислительной техники с соответствующим программным обеспечением и мультимедийной аппаратуры.

**Занятие 3 (8)**

**Цель**: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Текущая цена акции может быть смоделирована с помощью нормального закона распределения с математическим ожиданием 15 у.е. и средним квадратическим отклонением 0,2 у.е.

Найти вероятность того, что цена акции: а) не выше 15,3 у.е.; б) не ниже 15,4 у.е.; в) от 14,9 до 15,3 у.е. С помощью правила трех сигм найти границы, в которых будет находиться текущая цена акции.

б) Коробки с конфетами упаковываются автоматически. Их средняя масса равна 540 г. Известно, что масса коробок с конфетами имеет нормальное распределение, а 5% коробок имеют массу, меньшую 500 г. Каков процент коробок, масса которых: а) менее 470 г; б) от 500 до 550 г; в) более 550 г; г) отличается от средней не более, чем на 30 г (по абсолютной величине)?

**На дом**

Случайная величина ***X*** распределена по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием. Вероятность попадания этой случайной величины на отрезок от -1 до +1 равна 0,5. Найти выражения плотности вероятности и функции распределения случайной величины ***X***.

3. Решить задачи:

а) Отделение банка обслуживает в среднем 100 клиентов в день. Оценить вероятность того, что сегодня в отделении банка будет обслужено: более 150 клиентов; не более 200 клиентов.

б) Электростанция обслуживает сеть на 1600 электроламп, вероятность включения каждой из которых вечером равна 0,9. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что число ламп, включенных в сеть вечером, отличается от своего математического ожидания не более чем на 100 (по абсолютной величине). Найти вероятность того же события, используя следствие из интегральной теоремы Муавра–Лапласа.

в) В течение времени ***t*** эксплуатируются 500 приборов. Каждый прибор имеет надежность 0,98 и выходит из строя независимо от других. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что доля надежных приборов отличается от 0,98 не более чем на 0,1 (по абсолютной величине).

**На дом**

г) Среднее изменение курса акции компании в течение одних биржевых торгов составляет 0,3%. Оценить вероятность того, что на ближайших торгах курс изменится более чем на 3%.

д) В среднем 10% работоспособного населения города – безработные. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что уровень безработицы среди обследованных 10 000 работоспособных жителей города будет в пределах от 9 до 11%.

е) По опыту работы страховой компании, страховой случай приходится на каждый пятый договор. Оценить с помощью неравенства Чебышева, сколько договоров следует заключить, чтобы с вероятностью 0,9 можно было утверждать, что доля страховых случаев отклонится от 0,1 не более чем на 0,01 (по модулю).

**Занятие 4 (9)**

**Цель**: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Из пяти гвоздик две белые. Составить закон распределения и найти функцию распределения случайной величины, выражающей число белых гвоздик среди двух одновременно взятых.

б) Экзаменатор задает студенту вопросы, пока тот правильно отвечает. Как только число правильных ответов достигнет четырех либо студент ответит неправильно, экзаменатор прекращает задавать вопросы. Вероятность правильного ответа на один вопрос равна 2/3.

Составить закон распределения числа заданных студенту вопросов.

в) Даны законы распределения двух независимых случайных величин ***X*** и ***Y***:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *xi* | 0  | 1 | 3 |  | *yi* | 2 | 3 |
|  | 0,2 | 0,5 | ? |  |  | 0,4 | ? |

Найти вероятности, с которыми случайные величины принимают значение 3, а затем составить закон распределения случайной величины 3*Х* - 2*Y*и проверить выполнение свойств математических ожиданий и дисперсий:

М[3***Х****-* 2***Y***] = 3М[***Х***] - 2M[***Y***], D[3***X****-* 2***Y***] = 9D[***X***] + 4D[***Y***].

г) Дискретная случайная величина ***X*** задана рядом распределения

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *хi* | 1 | 2 | 3  | 4 | 5 |
|  | 0,2 | 0,3 | 0,3 | 0,1 | 0,1 |

Найти условную вероятность события Х< 5 при условии, что Х > 2.

д) Случайная величина ***X***, сосредоточенная на интервале (1;4), задана квадратичной функцией распределения *F(x)=ax2 + bx + c*, имеющей максимум при *х* = 4. Найти параметры *а, b, с* и вычислить вероятность попадания случайной величины Х в интервал [2;3].

**На дом**

е) Каждый поступающий в институт должен сдать 3 экзамена. Вероятность успешной сдачи первого экзамена 0,9, второго − 0,8, третьего − 0,7. Следующий экзамен поступающий сдает только в случае успешной сдачи предыдущего. Составить закон распределения числа экзаменов, сдававшихся поступающим в институт. Найти математическое ожидание этой случайной величины.

ж) На двух автоматических станках производятся одинаковые изделия. Даны законы распределения числа бракованных изделий, производимых в течение смены на каждом из них:

а) для первого б) для второго

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *xi* | 0  | 1 | 2 |  | *yi* | 0 | 2 |
|  | 0,1 | 0,6 | 0,3 |  |  | 0,5 | 0,5 |

Необходимо: а) составить закон распределения числа производимых в течение смены бракованных изделий обоими станками; б) проверить свойство математического ожидания суммы случайных величин.

з) Случайная величина X задана функцией распределения



Найти: плотность вероятности ϕ(х); математическое ожидание; дисперсию; вероятности Р(Х = 0,5); Р(Х < 0,5); Р(0,5 ≤ Х ≤ 1); построить графики ϕ(х) и F(x).

и) Случайные величины ***Х1***, ***X2*** независимы и имеют одинаковое распределение

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *хi* | 0 | 1 | 2 | 3  |
|  |  |  |  |  |

Найти: вероятность события ***Х1*** + ***X2*** > 2

условную вероятность Р(***Х1*** + ***X2*** > 2/ ***Х1*** =1).

к) Дана функция 

при х < 0;

при х ≥ 0.

При каком значении параметра ***C*** эта функция является плотностью распределения некоторой непрерывной случайной величины ***X***?

Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины ***X***.

л\*) Случайная величина ***X*** распределена по закону Симпсона (равнобедренного треугольника) на отрезке [-3; 3]:

*x*

*f(x)*

-3 0 3

*C*

Найти:

– выражения плотности вероятности *f(x)* и функции распределения *F(x);*

– числовые характеристики *М*[*Х*], *D*[*X*], *μ3*[*X*];

– вероятность P(-3/2 < *Х*< 3) и показать ее на данном в условии графике *f(x)* и построенном графике *F(x)*.

**Занятие 5** (10) (в компьютерном классе)

**Цель**: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Случайная величина X имеет следующий закон распределения.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Значение** | 1 | 2 | 4 |
| **Вероятность** | 0,2 | 0,3 | 0,5 |

Составить закон распределения случайных величин ***Z*** = 2***X*** и ***W*** = ***X*** + ***Y***. Построить функции распределения случайных величин ***X***, ***Z*** и ***W***. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайных величин ***X***, ***Z*** и ***W***.

3. Найти закон распределения суммы двух независимых случайных величин, каждая из которых распределена по стандартному нормальному закону, т.е. ***N***(0;l).

4. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (***X***,***Y***) задан таблицей



Найти: законы распределения одномерных случайных величин ***Х*** и Y; условные законы распределения случайной величины ***X*** при условии ***Y*** = 2 и случайной величины ***Y*** при условии ***Х*** = 1; вероятность P(***Y*** > ***X***). Определить: ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин X и Y; выяснить коррелированны или не коррелированны эти случайные величины.

**Образовательные технологии**: применение вычислительной техники с соответствующим программным обеспечением и мультимедийной аппаратуры.

**Занятие 6 (11)**

**Цель**: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти интегральную функцию распределения для числа попаданий и промахов по мишени при одном выстреле, вероятность попадания при котором равна ***p***.

3. Решить задачи:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***X*** \ ***Y*** | 1 | 2 |
| -1 | 0,3 | 0,25 |
| 0 | 0,1 | 0,05 |
| 1 | 0,2 | 0,1 |

а) Закон распределения двумерной случайной величины, задан таблицей:

Описать условные законы распределения: случайной величины ***X*** при условии, что ***Y*** = 2, случайной величины ***Y*** при условии, что ***X*** = -1.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***X*** \ ***Y*** | -1 | 0 | 1 |
| -1 | 0,2 | 0,1 | 0,3 |
| 1 | 0,05 | 0,15 | 0,2 |

б) Двумерная случайная величина задана законом распределения:

Найти условное математическое ожидание случайной величины ***X*** при условии, что ***Y*** = 0.

**На дом**

В условиях задачи 3а) описать условные законы распределения: случайной величины ***X*** при условии, что ***Y*** = 1, и случайной величины ***Y*** при условии, что ***X*** = 1.

В условиях задачи 3б) найти условное математическое ожидание случайной величины ***Y*** при условии, что ***X*** = -1.

4. Решить задачи:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***X*** \ ***Y*** | -1 | 1 |
| 0 | 0,1 | 0,06 |
| 1 | 0,3 | 0,18 |
| 2 | 0,2 | 0,16 |

а) Закон распределения двумерной случайной величины, задан таблицей:

Найти одномерные законы распределения компонент ***X***, ***Y*** и P(***X*** ≥ ***Y***).

б) Закон распределения двумерной случайной величины, задан таблицей:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ***X*** \ ***Y*** | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 1 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,1 |
| 2 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |
| 3 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,1 |

Определить, зависимы или независимы компоненты ***X***, ***Y***.

Определить 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***X*** \ ***Y*** | 1 | 2 |
| -1 | 0,15 | 0,05 |
| 0 | 0,3 | 0,05 |
| 1 | 0,35 | 0,1 |

в) Закон распределения двумерной случайной величины, задан таблицей:

Выяснить являются ли случайные величины: зависимы; коррелированными.

**На дом**

Закон распределения двумерной случайной величины, задан таблицей:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***X*** \ ***Y*** | 0 | 2 | 5 |
| 1 | 0,1 | 0 | 0,2 |
| 2 | 0 | 0,3 | 0 |
| 4 | 0,1 | 0,3 | 0 |

Выяснить, зависимы или нет случайные величины.

**Аудиторная контрольная по теме 2 (случайные величины)**: письменное решение одной из задач домашнего задания предыдущих занятий (варианты контрольной разрабатываются лектором по согласованию с преподавателями, ведущими практические занятия); теоретический вопрос.

**Занятие 7(12)**

**Цель**: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Двумерная случайная величина задана дифференциальной функцией



Найти постоянную ***С***.

3. Известна функция плотности двумерной случайной величины



Область ***D*** – квадрат, ограниченный прямыми ***x*** = 0; ***x*** = 2; ***y*** =0; ***y*** = 2. Найти коэффициент ***a.***

4. Известна функция плотности двумерной случайной величины:



Найти величину ***А*** и функцию распределения 

5. Найти плотность распределения двумерной случайной величины, если известна функция распределения:



**На дом**

Двумерная случайная величина задана дифференциальной функцией:



Найти постоянную ***С***. Определить, зависимы или независимы компоненты ***X***, ***Y***. Найти функцию распределения 

**Тема 3. Случайные процессы**

**Занятие 1(13)**

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачу:

Случайный процесс определяется формулой:  где ***Х*** – случайная величина, распределенная по нормальному закону с параметрами ***a*** и σ2. Найти математическое ожидание, дисперсию, корреляционную и нормированную корреляционную функцию случайного процесса.

3. Решить задачи:

В моменты времени ***t***1, ***t***2, ***t***3 производится осмотр ЭВМ. Возможные состояния ЭВМ: ***S***1 – полностью исправна; ***S***2 – имеет незначительные неисправности; ***S***3 – имеет существенные неисправности и может решать ограниченный круг задач; ***S***4 – полностью вышла из строя.

Матрица перехода имеет вид:



В начальный момент система исправна. Определить вероятности состояний ЭВМ после трех проверок.

**На дом**

Совокупность семей некоторого региона можно разделить на три группы:

- семьи, не имеющие автомобиля и не собирающиеся его покупать;

- семьи, не имеющие автомобиля, но намеревающиеся его приобрести;

- семьи, имеющие автомобиль.

Проведенное статистическое обследование показало, что матрица перехода за интервал в один год имеет вид

.

В матрице ***Р***1 элемент ***р***33 означает вероятность того, что семья, имеющая автомобиль, также будет его иметь, а, например, элемент ***р***23 – вероятность того, что семья, не имеющая автомобиля, но решившая его приобрести, осуществит свое намерение в следующем году, и т.д.

Найти вероятность того, что семья, не имеющая автомобиля и не собирающаяся его приобрести, будет находиться в такой же ситуации через три года.

4. Решить задачи:

Построить граф состояний следующего случайного процесса: система ***S*** состоит из двух автоматов по продаже газированной воды, каждый из которых в случайный момент времени может быть либо занятым, либо свободным.

**На дом**

Построить граф состояний системы ***S***, представляющей собой электрическую лампочку, которая в случайный момент времени может быть либо включена, либо выключена, либо выведена из строя.

**Занятие 2(14)**

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачу:

На автоматическую телефонную станцию поступает простейший (стационарный пуассоновский) поток вызовов с интенсивностью ***λ*** = 1,2 вызовов в минуту. Найти вероятность того, что за две минуты: а) не придет ни одного вызова; б) придет ровно один вызов; в) придет хотя бы один вызов.

**На дом**

Среднее число заказов на такси, поступающих на диспетчерский пункт таксопарка в одну минуту, равно 3. Найти вероятность того, что за две минуты поступит: а) 4 вызова; б) хотя бы один; в) ни одного вызова. (Поток заявок простейший – стационарный пуассоновский).

3. Решить задачу:

Найти предельные вероятности для систем ***S***, граф которых изображен на рисунке: а) – в аудитории, б) – **На дом**.



а) б)

4. Найти стационарные вероятности для Марковского процесса, заданного графом переходов состояний и значениями интенсивностей перехода:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 |



**На дом**

**4**

**1**

**2**

**3**



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 3 | 2 | 5 | 2 | 1 | 4 |

**Занятие 3 (15)**

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачу:

а) Имеется станция связи с тремя каналами (***n*** = 3), интенсивность потока заявок ***λ*** = 1,5 заявки в минуту; среднее время обслуживания одной заявки ‾***t***об = 2 мин., все потоки событий – простейшие. Найти финальные вероятности состояний и характеристики эффективности СМО.

**На дом**

б) На автомобильную мойку, состоящую из 3 боксов, прибывает в среднем 4 автомобиля в час, обслуживание каждого занимает в среднем 0,5 часа. Ввиду активной конкуренции в этой сфере бизнеса прибывший автомобиль должен обслуживаться немедленно после прибытия. Оценить эффективность работы предприятия.

3. Решить задачи:

а) Воздушная разведка вскрывает в среднем 4 объекта противника в час, для поражения которых выделяется 3 дежурных огневых средства. Огневое средство на поражение объекта затрачивает в среднем 0,5 часа. Ввиду быстрого изменения обстановки вскрытый объект должен обстреливаться немедленно после его обнаружения. Оценить эффективность огневых средств, выделенных для уничтожения объектов противника, которые вскрываются воздушной разведкой.

б) Определить, сколькими линиями телефонной связи необходимо соединить два пункта управления для обеспечения надежности телефонного обмена не хуже 0,8 (отказ в соединении по причине занятости каналов в среднем за единицу времени должны получать не более 20% абонентов). По опыту за одну минуту поступает в среднем 1,5 заявки на переговоры, а средняя продолжительность разговоров составляет 2 минуты.

**На дом**

в) Рассчитайте потребное число каналов для обеспечения телефонной связи на направлении связи с входящим потоком ***λ*** = 20 заявок в час. Вероятность обслуживания заявок должна быть не менее 0,9. Среднее время обслуживания одного разговора – 6 мин.

**Занятие 4 (16)**

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачу:

а) В предвыборном штабе некой партии для приема и обработки донесений от наблюдателей на избирательных участках выделены 3 сотрудника. Плотность потока донесений – 15 сообщений в час; среднее время обработки донесения одним сотрудником равно 12 минут. Каждый из сотрудников может принимать донесения от наблюдателя, однако они теряются, если поступают в то время, когда все заняты обработкой других донесений.

Какое количество сотрудников необходимо иметь в группе для обработки не менее 85% поступающих донесений?

**На дом**

б) Рассматривается круглосуточная работа пункта проведения профилактического осмотра автомашин с четырьмя каналами (четырьмя группами проведения осмотра). На осмотр и выявление дефектов каждой машины затрачивается в среднем 0,5 ч. На осмотр поступает в среднем 36 машин в сутки. Потоки заявок и обслуживания – простейшие. Если машина, прибывшая в пункт осмотра, не застает ни одного канала свободным, она покидает пункт осмотра не обслуженной.

Найти минимальное число каналов, при котором относительная пропускная способность пункта осмотра будет не менее 0,9.

3. Решить задачу:

а) Железнодорожная касса по продаже билетов с двумя окошками представляет собой двухканальную СМО с неограниченной очередью, устанавливающейся сразу к двум окошкам (ближайший в очереди пассажир занимает освободившееся окошко). Касса продает билеты в пункты ***А*** и ***В***. Интенсивность потока пассажиров, желающих купить билет, для обоих пунктов одинакова: ***λА*** = ***λВ*** = 0,45 пассажира в минуту, а в сумме они образуют общий поток заявок с интенсивностью ***λА*** + ***λВ*** = 0,9. Кассир тратит на обслуживание пассажира в среднем две минуты. В целях ускорения обслуживания поступило рационализаторское предложение: вместо одной кассы, продающей билеты и в пункты *А* и ***В***, создать две специализированные кассы (по одному окошку в каждой), продающие билеты одна – только в пункт ***А***, другая – только в пункт ***В***. Проверить полезность рацпредложения.

**На дом**

б) В мастерской по ремонту аппаратуры работает 5 опытных радио-мастеров. Все радио-мастера имеют примерно одинаковый опыт: каждый в среднем может отремонтировать в течение дня 2,5 прибора. В среднем в течение дня в ремонт поступает 10 приборов.

Определить основные показатели данной СМО: вероятность того, что очередной поступивший в ремонт прибор застанет всех мастеров занятыми; среднее время ремонта каждого прибора; среднее время ожидания прибора в очереди; среднюю длину очереди; коэффициент загрузки мастеров.

**Образец письменного домашнего контрольного задания № 1**

**Задача 1.** Бросают два кубика. Суммируют число очков, выпавших на верхних гранях кубиков. Построить множество элементарных событий **Ω** и его подмножество, соответствующее событию ***А*** = {сумма очков больше 3}. Найти вероятность события ***А***. Построить подмножество, соответствующее событию  (дополнение ***А***). Найти его вероятность.

**Задача 2.** Два стрелка сделали по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна ***p***1, для второго – ***p***2. В мишени оказалась одна пробоина. Найти вероятность того, что она появилась в результате выстрела первого стрелка: ***p***1 = 0,2; ***p***2 = 0,7.

**Задача 3.** В одном сосуде находятся ***Б***1 белых и ***Ч***1 черных шаров. Во втором – ***Б***2 белых и ***Ч***2 черных. Бросают два кубика. Если сумма очков, выпавших на верхних гранях, меньше 10, берут шар из первого сосуда, если больше или равна 10 – из второго. ***Б***1 = 7; ***Ч***1 =6; ***Б***2 = 5; ***Ч***2 = 9. Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?

**Задача 4**. В тесте ***n***1 вопросов. Ответ на каждый вопрос выбирается из ***n***2 вариантов ответа, один из которых правильный. Составить закон распределения числа правильных ответов при простом угадывании: ***n***1 = 4; ***n***2 = 4.

**Задача 5**. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины из предыдущей задачи.

**Задача 6.** Случайная величина ***X*** задана плотностью распределения вероятностей (см. график). Построить график функции распределения вероятностей, найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины:

***a*** = 0; ***b*** = 0,3; ***c*** = 1,15; ***d*** = 0,5.



**Образец письменного домашнего контрольного задания № 2**

**Задача 1.** Закон распределения двумерной дискретной случайной величины (***X***, ***Y***) задан таблицей:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Y*** | 0 | 1 | 2 | 3 |
| ***X*** |
| -1 | 0,02 | 0,03 | 0,09 | 0,01 |
| 0 | 0,04 | 0,2 | 0,16 | 0,1 |
| 1 | 0,05 | 0,1 | 0,15 | 0,05 |

Найти условные законы распределения случайной величины ***Y*** при условии ***X*** = -1 и случайной величины ***X*** при условии ***Y*** = 0.

**Задача 2.** Найти ковариацию и коэффициент корреляция случайных величин ***X*** и ***Y***.

**Задача 3.** Стоматологическая клиника распространяет рекламные листовки. Прежний опыт показывает, что на пятьдесят распространенных листовок приходится одно обращение в клинику. Найти вероятность того, что при распространении двух тысяч листовок число обращений будет равно 40

**Задача 4**. Найти вероятность того, что в условиях задачи 3 число обращений в клинику будет находиться между 30 и 60

**Задача 5**. Найти стационарные вероятности для марковского процесса, заданного графом переходов состояний и значениями интенсивностей перехода:



******1 **= 1; ****2 **= 1; ****3 **= 1; ****1 **= 1; ****2 **= 2; ****3 **= 3**

**Задача 6.** Найти стационарное математическое ожидание для марковского процесса из задачи 5.

***Текущий контроль*** знаний студентов представляет собой устный опрос с целью выяснения степени освоения основных определений и понятий темы, проверку выполнения домашних заданий, проведение аудиторных и домашних письменных контрольных работ.

**По теории вероятностей** (второй семестр) студенты выполняют две письменные домашние контрольные работы, состоящие из 6 задач каждая. Студенты получают индивидуальное задание, сформированное преподавателем, в электронном виде. Сроки сдачи и зачета выполненных работ (с учетом исправления ошибок) устанавливаются преподавателем в соответствии с расписанием занятий.

В течение второго семестра студенты выполняют также две аудиторные письменные работы: одну, посвященную случайным событиям, другая – случайным величинам. Каждая работа содержит одну задачу и теоретический вопрос.

Результаты двух занятий в компьютерном классе (во втором семестре) представляются преподавателю в виде рабочих книг Excel.

Выполнение каждой из шести указанных работ (две работы в компьютерном классе, две домашних и две аудиторных контрольных) максимально оценивается в восемь баллов. Аудиторная контрольная работа оценивается в восемь баллов, если правильное решение теоретически обосновано и пояснены использованные обозначения. По одному баллу снимается в случае отсутствия обоснования, обозначений, наличия ошибки вычисления. Два балла ставится в случае применения неверной модели (алгоритма) решения, работа не зачитывается. В случае пропуска аудиторной контрольной работы (или занятия в компьютерном классе) студент обязан выполнить эту работу в указанный преподавателем срок. Максимальный балл оценки при этом снижается до шести (если причина пропуска не является уважительной).

Посещение каждого практического занятий оценивается максимально в один балл. Опоздание более, чем на 15 минут, снижает оценку на 0,5 балла.

Преподаватель оценивает активность студента с учетом его работы и поведения на занятиях. В случае нарушения дисциплины активность на занятии может быть выражена отрицательным числом. Итоговая оценка активности выставляется дважды в семестр (по **восемь** баллов максимально).

В середине второго семестра проводится ***промежуточная*** аттестация в сроки, установленные администрацией. При аттестации учитывается посещение практических занятий, активность студентов на занятиях, результаты контрольных работ и занятия в компьютерном классе. Аттестованным считается студент, набравший ***не менее восемнадцати баллов***.

**Аттестация** **по теории вероятностей** осуществляется в конце второго семестра в форме зачета **с оценкой** по дисциплине. К зачету допускаются студенты, получившие за семестр **не менее тридцати шести баллов и выполнившие все контрольные мероприятия**.

Зачет проводится в три этапа, максимальное количество баллов – двадцать. На первом этапе студент получает типовую задачу на знание основных определений и умение оперировать с базовыми понятиями. Решение этой задачи оценивается максимально в четыре балла, если студент не решает задачу, он получает оценку «неудовлетворительно» и направляется на пересдачу. Если задача решена (три-четыре балла), студент выбирает билет, в который входит теоретический вопрос и одна задача из числа включенных в планы практических занятий или контрольные задания. Второй этап – решение задачи из билета. Максимальная оценка – восемь баллов, из которых четыре балла – базовое решение задачи, четыре балла – два дополнительных вопроса, связанных с решением задачи. В случае отсутствия базового решения студент получает оценку «неудовлетворительно» и направляется на пересдачу. Третий этап – ответ на теоретический вопрос. Базовый ответ – четыре балла, еще четыре балла – за два дополнительных вопроса по выбору преподавателя.

Каждая пересдача зачета (повторное взятие билета) уменьшает общую (предзачетную) сумму балов на величину до 5 баллов, при пересдаче баллы первого этапа не учитываются.

Оценку «неудовлетворительно» получает на зачете студент, набравший в сумме менее пятидесяти баллов, «удовлетворительно» – от пятидесяти одного до шестидесяти пяти баллов, «хорошо» – от шестидесяти шести до семидесяти пяти баллов, «отлично» – не менее семидесяти шести баллов.