**План практических занятий по дисциплине «Теории игр»**

**Тема № 1.Многокритериальные модели принятия решений (Занятия 1-3)**

**Занятие 1**

**Задача 1.**

Множество возможных векторных оценок альтернативных решений  в критериальном пространстве  задано в виде таблицы 1.

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  точки | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|  | 2 | 6 | 8 | 10 | 9 | 6 | 4 | 4.5 | 5 | 8.5 |
|  | 9 | 5 | 2 | 4 | 6 | 8 | 6.5 | 10 | 3 | 8.5 |

1. Построить множество  в критериальном пространстве.
2. Построить множество оптимальных по Парето (эффективных) векторных оценок, используя алгоритм исключения заведомо неэффективных решений. Рассмотреть следующие варианты задач:

а) ;

б) ;.

в) ;

г) .

**Задача 2.**

Для множества возможных векторных оценок , заданного в виде таблицы 1, выполнить многокритериальное ранжирование, используя алгоритм вычисления индекса эффективности альтернативных решений.

Рассмотреть вариант задачи: .

**Задача 3.**

На множестве возможных векторных оценок , заданном в виде таблицы 1, построить единственное эффективное решение, используя схему компромисса:

а) на основе метода «идеальной точки»;

б) на основе метода «пороговой оптимизации» ( - главный показатель; ).

**Занятие 2**

**Задача 4.**

Множество возможных векторных оценок альтернативных решений  в критериальном пространстве  задано в виде таблицы 2.

Таблица 2.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  точки | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|  | 1.5 | 3 | 1.5 | 3.5 | 2.5 | 5 | 4 |
|  | 5 | 4 | 2.5 | 2 | 1 | 3 | 1 |

1. Построить множество  в критериальном пространстве.
2. Построить множество оптимальных по Парето (эффективных) векторных оценок, используя алгоритм исключения заведомо неэффективных решений. Рассмотреть вариант задачи: .

**Задача 5.**

Множество достижимых векторных оценок изображено на рисунке 1.

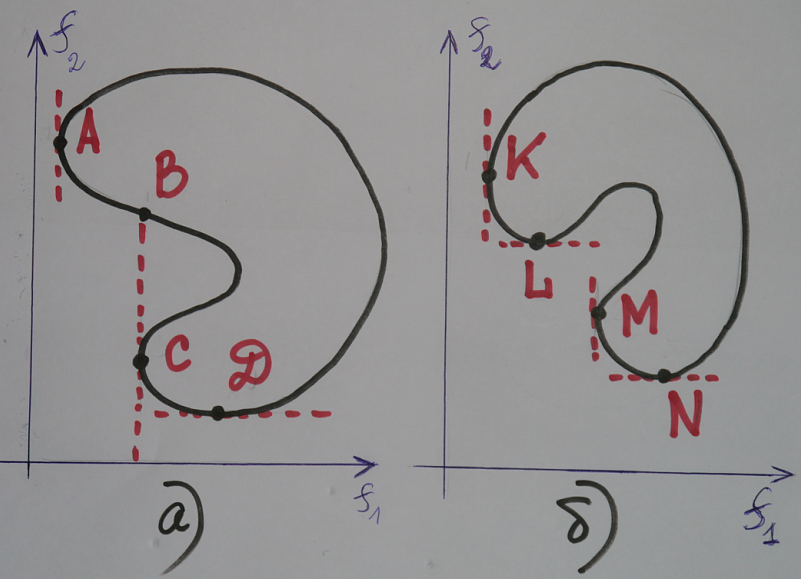


Рисунок 1.

Построить множество Парето *P*.

**Задача 6.**

1. Дана задача многокритериальной оптимизации:

,

,



Построить множество Парето-оптимальных решений в пространстве параметров

 и в критериальном пространстве .

2. Решить поставленную задачу для случая: , .

**Задача 7.**

Решить задачу 6 (п. 1) методом «идеальной точки».

**Задача 8.**

Дана задача многокритериальной оптимизации:







Построить множество Парето-оптимальных решений в пространстве параметров

 и в критериальном пространстве .

**Занятие 3**

**Задача 9.**

Дана задача многокритериальной оптимизации:







Построить множество Парето-оптимальных решений в пространстве параметров

 и в критериальном пространстве .

**Задача 10.**

Дана задача многокритериальной оптимизации:

,

,

,



Решить задачу методом последовательных уступок. Приоритетность показателей эффективности задана в виде:

а) ;

б) ;

в) .

Уступки для показателей эффективности : ; ;  соответственно.

**Домашнее задание по теме  № 1.**

**Задача 1.**

Множество возможных векторных оценок альтернативных решений  в критериальном пространстве  задано в виде: а) таблицы 1а; б) таблицы 1б.

Таблица 1а

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  точки | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|  | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 4 | 10 | 5 | 3 | 4 | 2 | 10 | 8 | 5 |
|  | 5 | 8 | 2 | 4 | 10 | 5 | 8 | 9 | 2 | 6 | 4 | 7 | 5 | 8 |

Таблица 1б

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  точки | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|  | 6 | 5 | 6 | 10 | 3 | 14 | 7 | 4 | 15 | 8 | 14 | 20 |
|  | 20 | 15 | 12 | 14 | 16 | 8 | 16 | 12 | 3 | 6 | 8 | 15 |

1. Построить множество  в критериальном пространстве.
2. Построить множество оптимальных по Парето (эффективных) векторных оценок, используя алгоритм исключения заведомо неэффективных решений. Рассмотреть следующие варианты задач:

а) ; б) ;.в) ;

г) .

**Задача 2.**

Для множества возможных векторных оценок , заданного в виде: а) таблицы 1а; б) таблицы 1б, выполнить многокритериальное ранжирование, используя алгоритм вычисления индекса эффективности альтернативных решений.

Рассмотреть вариант задачи: 1. ; б)  .

**Задача 3.**

На множестве возможных векторных оценок , заданном в виде: а) таблицы 1а; б) таблицы 1б, построить единственное эффективное решение, используя схему компромисса:

1) на основе метода «идеальной точки»;

2) на основе метода «пороговой оптимизации» ; а)  - главный показатель; ;

б) - главный показатель; .

**Задача 4.**

1. Дана задача многокритериальной оптимизации:

а)

,

б)

Построить множество Парето-оптимальных решений в пространстве параметров  и в критериальном пространстве .

1. Решить поставленную задачу (п.а) для случая: , .
2. Решить поставленную задачу (п. б) для случая: 

**Задача 5.**

Решить задачу 4 п. 1 а) и п. 1 б) методом «идеальной точки».

**Задача 6.**

Дана задача многокритериальной оптимизации:

Построить множество Парето-оптимальных решений в пространстве параметров  и в критериальном пространстве .

**Задача 7.**

Дана задача многокритериальной оптимизации:



Решить задачу методом последовательных уступок. Приоритетность показателей эффективности задана в виде: а) ; б) ; в) .

Уступки для показателей эффективности : а), ;

б) , ; в) , соответственно .

**Тема № 2. Модели принятия решений в условиях неопределенности**

**(игра с природой) (Занятия 4-5)**

**Занятие 4 Задача 1.**

Эффективность принятия решения зависит от значения неопределенного фактора. Предполагается, что выделено 5 различных состояний неопределенного фактора. Эффективность отдельных решений задана матрицей *А*. Принять оптимальное решение, используя критерии Вальда, Сэвиджа, Гурвица, Лапласа:

а) ; б) 

**Занятие 5 Задача 2.**

Планируется построить предприятие по производству продукции определенного вида.

Спрос *S* на продукцию в течение года изменяется в интервале [10…40] у.е. продукции.

Анализ работы аналогичных предприятий показывает, что:

* убытки от нереализованной продукции составляют ;
* прибыль от реализации продукции составляет .

Эффективность работы предприятия оценивается следующими показателями:

Показатель  характеризует степень удовлетворения спроса на производимый продукт; показатель  характеризует суммарную прибыль предприятия.

1. Построить математическую модель принятия решения в условиях неопределенности.
2. Рассчитать мощность *V* предприятия (объем выпускаемой продукции) в условиях неопределенного спроса *S,* используя критерии Вальда, Сэвиджа, Гурвица, Лапласа.

Задачу решить, используя показатель эффективности:

а) ; б) .

**Домашнее задание по теме  № 2.**

**Задача 1**

Эффективность принятия решения зависит от значения неопределенного фактора. Предполагается, что выделено несколько различных состояний неопределенного фактора. Эффективность отдельных решений задана матрицей *А*. Принять оптимальное решение, используя критерии Вальда, Сэвиджа, Гурвица, Лапласа:

а) б)

в) г)

**Тема № 3. Матричные игры (Занятия 7-13)**

1. **Занятие 7** Составить платежную матрицу; найти нижнюю и верхнюю цену игры; если игра имеет решение в чистых стратегиях, то найти его и проверить на равновесность.
   1. Каждый из двух игроков, не зная хода другого, называет цифру 1 или 2. При совпадении цифр 2-й игрок платит 1-му игроку 5 у.е. выигрыша. В противном случае 1-й игрок платит 2-му игроку 5 у.е. выигрыша.
   2. Игроки выбирают целые числа от *1* до *k*. Если 1-й игрок выбрал *х*, а второй игрок выбрал *у*, то *1*-игрок получает  единиц выигрыша, если , и платит , если . Решить задачу для случая *k=5*.
   3. Игроки называют 1 из 4-х предметов: .

Предпочтения:



Игрок, назвавший более предпочтительный предмет, выигрывает 1 ед. выигрыша. Если оба игрока назвали одинаковый предмет, то игра заканчивается вничью.

1. Найти решение игры в чистых стратегиях (если оно существует) и проверить на равновесность (или на неравновесность) применительно к чистым стратегиям.
   1. .
   2. .
   3. .
   4. .
   5. При каких *а* игра имеет решение в чистых стратегиях:

.

1. **Занятие 8** Смешанное расширение матричной игры.
   1. Дана матричная игра:

.

Сравнить выигрыши игроков в ситуациях  и :

1. ; , где ;
2. ; , где .
   1. Дана матричная игра:

 и ситуация , где ; .

Показать, (на примере применения чистых стратегий), что одностороннее отклонение каждого из игроков от ситуации  для него не имеет смысла.

1. **Занятие 9** Матричные игры  и . Геометрический метод решения.
   1. Найти решение матричной игры геометрическим методом:
2. ;
3. ;
4. ;
5. ;
6. .
7. **Занятие 10** Численные методы решения матричных игр. Метод Брауна.

Найти приближенное решение матричной игры, выполнив 10 итераций методом Брауна. Сравнить с точным решением. Оценить погрешность.

* 1. .
  2. :
  3. .

1. **Занятие 11-12** Решение матричных игр методами линейного программирования.

Представить матричную игру в виде пары взаимно двойственных задач линейного программирования и решить двойственным симплексным методом.

* 1. .
  2. 
  3. .

**Домашнее задание по теме  № 3.**

**Задача 1** Составить платежную матрицу; найти нижнюю и верхнюю цену игры; если игра имеет решение в чистых стратегиях, то найти его и проверить на равновесность.

а) («Поиск») Имеются 2 игрока , 1-ый прячется, 2-ой его ищет. В распоряжении 1-го игрока имеются 2 убежища, любое из которых он может выбрать по своему усмотрению. Если 2-ой игрок найдет 1-го в убежище, то 1-ый игрок платит 2-му штраф 1 руб.: Если 2-ой игрок не найдет 1-го, то он заплатит 1-му такой же штраф.

б) («Камень – ножницы – бумага») Каждый из двух игроков, не зная хода другого, выбирает одну из стратегий, называемых «камень», «ножницы» и «бумага». Выбранные стратегии сравниваются. Если они совпадают, выигрыш первого игрока составляет 0.. В противном случае побеждает игрок с более сильной стратегией. «Камень» считается сильнее «ножниц», которые, в свою очередь, сильнее «бумаги», которая сильнее «камня». Выигрыш победившего игрока составляет 1, проигравшего -1.

в) («Три пальца») Игроки А и В одновременно и независимо друг от друга показывают1, 2 или 3 пальца. Выигрыш или проигрыш решает общее число показанных пальцев. Выигрыш равен этому числу. Если оно четное – выигрывает А, а В ему платит; если нечетное – наоборот.

**Задача 2** Найти решения в чистых стратегиях, если они существуют, для игр со следующими платежными матрицами, и проверить их на равновесность (или на неравновесность) применительно к чистым стратегиям.

а) б) в)

**Задача 3** Дана матричная игра: .Сравнить выигрыши игроков в ситуациях  и :

а ) где ;

б ) где .

**Задача 4** Найти решение матричной игры геометрическим методом:

а) ; б) в) ; г) ;

д) ; е) ; ж) .

**Задача 5**  Найти приближенное решение матричной игры, выполнив 10 итераций методом Брауна. Сравнить, где это возможно, с точным решением и оценить погрешность.

а) ; б) ; в) ; г) ;

д) ; е) .

**Задача 6** Представить матричную игру из задачи 5 в виде пары взаимно двойственных задач линейного программирования и решить двойственным симплексным методом.

**Тема № 4. Биматричные игры (Занятия 14-16)**

1. **Занятие 14** Ситуация равновесия по Нэшу в чистых стратегиях

Найти, если они есть, все равновесные ситуации в биматричной игре:

а) б)

в) г)

Найти ситуации равновесия по Нэшу и Парето-оптимальные ситуации:

а) б)

в) г)

1. **Занятие 15** Решение биматричных игр в смешанных стратегиях.

Найти равновесное по Нэшу решение геометрическим методом.

а) («Дилемма заключенных») Двое преступников, подозреваемых в совершении тяжкого преступления, находятся совершенно изолированно друг от друга в предварительном заключении. Прямые улики отсутствуют, поэтому успех обвинения зависит от того, признаются ли заключенные. Если оба преступника сознаются, они будут признаны виновными и приговорены к 8 годам заключения. Если ни один из них не признается, то по обвинению в основном преступлении они будут оправданы, но суд признает их вину в ношении оружия, и оба будут приговорены к одному году заключения. Если же признается только один из них, то признавшийся будет освобожден, а другой преступник будет приговорен к максимальному сроку заключения – к 10 годам.

б) («семейный спор») Муж и жена выбирают, где провести вечер. Каждый может выбрать посещение футбольного матча или оперного театра. Полезность совместного похода на футбол жена оценивает в единицу, а муж в две. Полезность совместного похода в театр, наоборот, муж оценивает в единицу, а жена в две. Если супруги идут в разные места, вечер оказывается испорченным, что соответствует нулевым полезностям для обоих игроков.

в) г)

1. **Занятие 16** Арбитражная схема Нэша

Используя условия задачи 2, решить кооперативную биматричную игру с помощью арбитражной схемы Нэша.