Список задач
для подготовки к зачету и экзамену

I. Дифференциальные уравнения первого порядка.

1. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

1. Решить уравнения:

1) $x^3 y dy = (x-1)dx$
2) $(x^2-1)y' + 2xy^2 = 0$
3) $\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2}dy = 0$
4) $x(y^2-4)dx + \dfrac{y}{x^2}dy = 0$
5) $2y(1+x^2)y' + (1+y^2) = 0$
6) $\cos^2 x dy = \dfrac{dx}{e^{2y}}$
7) $x^2 y' - y = 3$
8) $\sqrt{x}y' = y^2 + 1$
9) $\cos^2 y dx + \sqrt{1-x^2}dy = 0$
10) $\sqrt{1-x^2}dy + \frac{\arcsin^2 x}{y}dx = 0$
11) $y \ln y + xy' = 0$
12) $y' = y^2 - y$
13) $y(1+\ln y) + xy' = 0$
14) $y' \cdot \operatorname{ctg} x + y = 2$
15) $\sqrt{1+y^2}dx = xydy$
16) $xy' + y^2(\frac{1}{x} - 3x) = 0$
17) $(x+1)y' + y(y+1) = 0$
18) $x(1+y)y' = y^2$
19) $(y+2)y' = y^3 \sin 2x$
20) $y' + 3y^2 = 3y$
21) $(4+x^2)\,y' = 2\sqrt[3]{y^2}$
22) $y' - xy^2 = 2xy$
23) $xyy' = 1 - x^2$

24) $yy' = \frac{1-2x}{y}$

25) $y' \operatorname{tg} x - y = 5$

26) $xy' + y = y^2$

27) $x\left(y^2 - 4\right) dx + ydy = 0$

28) $y' \cos x = \frac{y}{\ln y}$

29) $x\sqrt{y^2 - 1} + yy'\sqrt{1 + x^2} = 0$

30) $\left(xy^2 + x\right) dx + \left(x^2 y - y\right) dy = 0$

2. Найти решение уравнений, удовлетворяющее заданному начальному условию:

   1) $(1 + x^2)y' = \dfrac{4x}{y},\ y(0) = 0$

   2) $(1 + y^2)dx = xydy,\ y(2) = 1$

2. Однородные дифференциальные уравнения.

1. Решить уравнения:

   1) $xy' + \sqrt{x^2 + y^2} = y$

   2) $y' = \frac{x+y}{x-y}$

   3) $y' + e^{y/x} = y/x$

   4) $y^2 + x^2 y' = 2xyy'$

   5) $xy' - y = (x + y) \ln \frac{x+y}{x}$

   6) $y' = \frac{y^2}{x^2} - 2\frac{y}{x} + 2$

   7) $xy' + 2x \operatorname{tg} \frac{y}{x} = y$

   8) $y + \sqrt{xy} = xy'$

   9) $xy' = \frac{x^2+y^2}{x+y}$

   10) $x^2 + y^2 = xyy'$

   11) $xy' = \sqrt{y^2 - x^2} + y$

   12) $y' - 3\cos^2 \frac{y}{x} = \frac{y}{x}$

   13) $y' = \frac{y^2}{x^2} + 2\frac{y}{x} - 6$

   14) $xy' = y\left(1 - 3\ln \frac{y}{x}\right)$

   15) $\left(x^2 - 2xy\right) y' = xy - y^2$

16) $x + 2y = xy'$

17) $y' = \frac{y-2x}{x+2y}$

18) $y' = \frac{y}{x} + \frac{1}{cos\frac{y}{x}}$

19) $3x^3y' = y\left(3x^2 - y^2\right)$

20) $xy' + x + 2y = 0$

21) $xy' - y = \sqrt{x^2 - y^2}$

22) $y' + 2\sin^2\frac{y}{x} = \frac{y}{x}$

23) $y = \left(\sqrt{xy} + x\right)y'$

24) $xy = \left(x^2 + 2y^2\right)y'$

25) $xy + y^2 = \left(4x^2 + xy\right)y'$

26) $\left(3xy + y^2\right) = x^2y'$

27) $y' = \frac{x+3y}{3x-y}$

28) $2x^2y' = x^2 + y^2$

29) $\left(xy' - y\right)e^{\frac{y}{x}} = x$

30) $\left(x + 2y\right)y' + y = 0$

31) $x^2y' = y\left(x + 2y\right)$

32) $y'\cos\frac{y}{x} = \frac{y}{x}\cos\frac{y}{x} - 1$

2. Найти решение уравнений, удовлетворяющее заданному начальному условию:

1) $y' = \dfrac{2x + y}{x - 2y},\ y(1) = 0$

2) $y' = \dfrac{y - 2x}{x + 2y},\ y(1) = 0$

3) $\left(y^2 - 3x^2\right)y' + xy = 0,\ y(1) = \sqrt{6}$

3. Линейные дифференциальные уравнения.

1. Решить уравнения:

1) $xy' + y = e^{3x}$

2) $xy' + 2y = 4x^2$

3) $y' + y\,\mathrm{tg}\,x = e^{2x}\cos x$

4) $\left(x^2 - 1\right)y' + 2xy = 2\sin 2x$

5) $y' - y = \dfrac{e^x}{cos^2 x}$

6) $(x+1)\,y' - 2y = 4\,(x+1)$

7) $y' - \dfrac{y}{x+1} = e^x\,(x+1)$

8) $x \ln x \cdot y' + y = x^2 \ln x$

9) $y \operatorname{sh} x + y' \operatorname{ch} x = x$

10) $y' + 2y = 4x + e^x$

11) $xy' - 2y = x^3 \cos 2x$

12) $y' + y \operatorname{ctg} x = \dfrac{e^x}{\sin x}$

13) $y' - \dfrac{2xy}{1+x^2} = 1$

14) $2xy' - 6y = -x^2$

15) $y' - 2y = xe^x$

16) $xy' - y = x^3 \cos 2x$

17) $y' - y \operatorname{tg} x = \dfrac{1}{\cos^3 x}$

18) $x \ln x \cdot y' - y = 8 \ln^3 x$

19) $y' + 2y = 4x + e^x$

20) $y' - y \operatorname{th} x = \operatorname{ch}^2 x$

21) $y' = \dfrac{3y}{x} + x \cos \dfrac{1}{x}$

22) $xy' - 4y = x^2 e^{2x}$

23) $y' - y \operatorname{ctg} x = \sin x \cdot e^{3x}$

24) $xy' + y = \sin x$

25) $xy' + 2y = \sqrt{x}$

26) $x(y' - y) = (1 + x^2)\,e^x$

27) $y' + 2\dfrac{y}{x} = x^3$

28) $y' - y \operatorname{tg} x = \dfrac{1}{\cos x}$

29) $(1+x)\,y' - 2y = 4x$

2. Найти решение уравнений, удовлетворяющее заданному начальному условию:

1) $y' + 2xy = e^{-x^2}\left(1 + 3x^2\right),\ y(0) = 5$

2) $y' - \dfrac{y}{x} = -x^2 + 5,\ y(2) = 3$

3) $y' + 3y = e^{-3x}\cos x,\ y(0) = 5$

4. Уравнения Бернулли.

1. Решить уравнения:

1) $y' - y\operatorname{tg} x = -y^2\cos x$

2) $y' - y\operatorname{tg} x = -y^2\sin x$

3) $2xy' + (4x - 1)\,y^2 - 2y = 0$

4) $xy' - 4y = x^2\sqrt{y}$

5) $xy' + y = y^2\ln x$

6) $xy' + y = 3x^2y^2$

7) $y' - \dfrac{y}{x} = xy^2$

8) $y' - \dfrac{y}{x} = e^x y^2$

9) $2xy' - y = 4xy^3$

10) $xy' + y + (3x - 1)\sqrt{y} = 0$

11) $\sqrt{xy}(xy' + 2y) = 1$

12) $xy' + (4 + 7\sqrt{x})y^3 = 2y$

13) $y'\sin x + y\cos x = -y^3\sin^4 x$

14) $x\ln xy' + y = x^2y^2\ln x$

15) $x\ln xy' - y = y^3\ln x$

16) $y' + 2xy = 2xy^2$

17) $xy' + y = 2x^2y^2e^{2x}$

18) $yy'\operatorname{ctg} x - \sin x(1 - y^2) = 0$

19) $xdy + ydx = y^2dx$

20) $2xyy' - y^2 + x = 0$

21) $y' + \dfrac{y}{x} = xy^2$

2. Найти решение уравнений, удовлетворяющее заданному начальному условию:

1) $y' + xy = (1 + x)e^{-x}y^2,\ y(0) = 1$

2) $xy' + y = 2y^2 \ln x,\ y(1) = 1/2$
3) $2\,(xy' + y) = xy^2,\ y(1) = 2$
4) $3(xy' + y) = y^2 \ln x,\ y(1) = 3$
5) $xy' + y = xy^2,\ y(1) = 1$
6) $xy' + y = y^2 \lg x,\ y(1) = 1$
7) $2(y' + y) = xy^2,\ y(0) = 2$
8) $y' - y = xy^2,\ y(0) = 1$
9) $y' - y = 2xy^2,\ y(0) = 1/2$
10) $y' + 2xy = 2x^3y^3,\ y(0) = \sqrt{2}$
11) $xy' - y = -3xy^3,\ y(1) = -1/2$

5. Уравнения в полных дифференциалах.

1. Решить уравнения:

1) $(2e^{2x}y^2 + 1/x)\,dx + (2ye^{2x} - \sin y)\,dy = 0$
2) $(y - 3x^2 + 1)\,dx + (x + \ln y)\,dy = 0$
3) $(1 + 3x^2 \ln y)\,dx + (3y^2 + x^3/y)\,dy = 0$
4) $\left(\dfrac{y^2}{1+x^2} + e^x \sin 2y\right) dx + 2\,(y \operatorname{arctg} x + e^x \cos 2y)\,dy = 0$
5) $(y^2 + \ln x)\,dx + (2xy - \ln y)dy = 0$
6) $(5y^2 + e^x + \sin y)\,dx + (10(xy + 1) + x\cos y)\,dy = 0$
7) $(\operatorname{ch} x \cdot y^2 - \sin x \cdot \operatorname{ch} y)\,dx + (3y^2(\operatorname{sh} x + 1) + \cos x \cdot \operatorname{sh} y)\,dy = 0$
8) $(x^3 - 3xy^2 + 2)\,dx - 3x^2y - y^2dy = 0$
9) $(2x - y \cdot e^{-x})\,dx + (e^{-x} + \sin y)\,dy = 0$
10) $(y^2 - 2x)\,dx + (2xy + 1/y)\ dy = 0$
11) $(3x^2y - y^3)\,dx + (x^3 - 3y^2x)\,dy = 0$
12) $(2x\cos y - y^3/x)\,dx - (x^2 \sin y + 3y^2 \ln x + e^y)\,dy = 0$
13) $\left(\operatorname{tg} y + \frac{3x^2}{y^3}\right) dx + \left(\frac{x}{\cos^2 y} - 3\frac{x^3}{y^4}\right) dy = 0$
14) $(1/x - 3x^2y^2 + 1/y)\,dx - (2x^3y + x/y^2)\,dy = 0$
15) $(2e^{2x} - 2xy)\,dx - (x^2 + \cos y)\,dy = 0$
16) $(3x^2 - \cos x \cdot \cos y)\,dx + (\sin x \cdot \sin y + 2y)\,dy = 0$
17) $\left(\dfrac{y^2}{\sqrt{1-x^2}} - \dfrac{1}{y^2}\right) dx + \left(2\arcsin x \cdot y + 2\dfrac{x}{y^3}\right) dy = 0$

18) $(2e^{2x} + 3x^2 \cdot \operatorname{th} y)\,dx + \left(\dfrac{x^3}{\operatorname{ch}^2 y} + e^y\right) = 0$

19) $\left(\dfrac{y^5}{x} + 3x^2 e^{3y}\right) dx + (5\ln x \cdot y^4 + 3x^3 e^{3y})\,dy = 0$

20) $(\cos x \cdot y^2 - 2xy^3)\,dx + (2\sin x \cdot y - 3x^2y^2 + 3y^2)\,dy = 0$

21) $(3e^{3x} \cdot y^2 + 2x/y)\,dx + (2e^{3x} \cdot y - x^2/y^2 + 1/y)\,dy = 0$

22) $(y^2 \cdot \operatorname{ch} x + 2x \cdot \operatorname{ch} y)\,dx + (2\operatorname{sh} x \cdot y + x^2 \operatorname{sh} y)\,dy = 0$

23) $\left(\dfrac{y^3}{\cos^2 x} - 5x^4y^4\right) dx + \left(3\operatorname{tg} x \cdot y^2 - 4x^5y^3 - \dfrac{1}{y^2}\right) dy = 0$

24) $\left(\dfrac{y^4}{2\sqrt{x}} + 3\dfrac{y^2}{x^4}\right) dx + \left(4\sqrt{x} \cdot y^3 - 2\dfrac{y}{x^3}\right) dy = 0$

25) $(\arcsin y - 3x^2y)\,dx + \left(\dfrac{x}{\sqrt{1-y^2}} - x^3 + \dfrac{1}{2\sqrt{y}}\right) dy = 0$

26) $(2x + \sin x \cdot y^3 - y)\,dx - (3\cos x \cdot y^2 + x)\,dy = 0$

27) $(\ln x + 3x^2 \operatorname{ctg} y)\,dx - \left(\dfrac{x^3}{\sin^2 y} + 1\right) dy = 0$

28) $(\operatorname{sh} x \cdot \operatorname{ch} y + y)\,dx + (\operatorname{ch} x \cdot \operatorname{sh} y + x)\,dy = 0$

29) $(2x + 2x/y^2)\,dx + 2\,(y - x^2/y^3)\,dy = 0$

30) $(2x\sin y + y^2 \cdot \cos x)\,dx + (x^2 \cdot \cos y + 2y\sin x) = 0$

31) $(2xy^3 + e^{-x})\,dx + (3x^2y^2 + 1/y)\,dy = 0$

32) $(\operatorname{sh} x \cdot y^2 - 3x^2 \cdot \operatorname{ctg} y)\,dx + \left(2\operatorname{ch} x \cdot y + \dfrac{x^3}{\sin^2 y}\right) dy = 0$

II. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка

1. Уравнения вида $y^{(n)} = f(x)$

Найти общее решение дифференциального уравнения

1) $y'''x = 6x + 4$

2) $y'' = x\sin x$

3) $\cos^2 x \cdot y'' = 1$

4) $y'' = xe^{-x}$

5) $y'' = 25\cos 5x$

6) $y'' = \ln x$

7) $y'' = (x+1)\cos x$

8) $y'' = 6x + 8\sin^2 x$

9) $y''' = \frac{\ln x}{x^2}$

10) $y''' = x + 4\cos^2 x$

11) $e^{-2x} \cdot y'' = 8x$

12) $y'' + 2\sin x \cos^3 x = 0$

13) $xy''' = 2x + 3$

14) $y''(x^2+1) = 1$

15) $y''' = \frac{24}{(x+1)^3}$

16) $y'' = \frac{6}{x^3}$

17) $y'' = x\ln x$

18) $xy'' = \ln x$

19) $y'' = xe^x$

20) $y'' = 8x \cdot \operatorname{ch} 2x$

21) $x^3 y''' = 2$

22) $xy'' = 1 + x^2$

23) $x^2 y^{(IV)} + 1 = 0$

24) $xy''' = 1$

25) $(x-1)^3 y'' = 1$

26) $\sin^2 x \cdot y'' = 1$

27) $y'' = e^{x/2} + 15\sqrt{x}$

28) $y'' = 1 + \ln x$

29) $y'' \cdot \sqrt{1-x^2} = 2$

30) $y'' = 2\cos x \sin^2 x$

31) $y'' = \cos^3 x$

32) $y'' = 4x \operatorname{sh} 2x$

2. Уравнения вида $F(x, y^{(k)}, \ldots, y^{(n)}) = 0$

Найти общее решение дифференциального уравнения:

1) $y''' \operatorname{tg} x = y'' + 1$

2) $xy'' - x = x^2 - y'$

3) $y'' \operatorname{ctg} x = y' - 1$

4) $x(y'' - 4) + y' = 0$

5) $y^{IV} \operatorname{cth} 2x = 2y''$

6) $x^4 y'' + x^3 y' = 4$

7) $(2 + \sin x)y''' = y'' \cdot \cos x$

8) $xy'' = y' + 3x^3$

9) $xy'' - y' = 0$

10) $xy''' + 2y'' = 0$

11) $xy'' - y' = x^2 e^x$

12) $xy'' = y' + x^2 \sin x$

13) $y'' + \dfrac{y'}{x} = 0$

14) $xy'' = 2y' - x$

15) $2xy'' - y' = 0$

16) $y'' - \dfrac{y'}{x-1} = 3x^2(x-1)$

17) $y^V = y^{IV}$

18) $xy'' = y' + x^2 \cos x$

19) $xy''' = y'' - xy''$

20) $y'' - \operatorname{ctg} x \cdot y' = \operatorname{ctg} x$

21) $y''' \operatorname{tg} 5x = 5y''$

22) $(e^x - 1)y''' - e^x y'' = 0$

23) $(1 + x^2)y'' = 2xy'$

24) $y'' x \ln x = y'$

25) $(y'')^2 = y'$

26) $xy'' = y' \ln y'$

27) $2xy'' = 1 + y'$

28) $y''' \operatorname{ctg} 2x + 2y'' = 0$

29) $y^{(IV)} \operatorname{th} x = y'''$

30) $xy'' = 2y'$

31) $y''' + \dfrac{y''}{x} = 0$

32) $xy''' - y'' + \dfrac{1}{x} = 0$

3. Уравнения, не содержащие x

Решить задачу Коши:

1) $y'' + 2y(y')^3 = 0,\ y(0) = 2,\ y'(0) = \dfrac{1}{3}$

2) $y'' = 2y^3,\ y(-1) = 1,\ y'(-1) = 1$

3) $y'' = 2\sin^3 y \cdot \cos y,\ y(1) = \pi/2,\ y'(1) = 1$

4) $y'' + (y')^2 = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1$

5) $3y'y'' = 1,\ y(1) = 1,\ y'(1) = 1$

6) $yy'' - (y')^2 = y',\ y(0) = 2,\ y'(0) = 1$

7) $y'' = y'e^y,\ y(2) = 0,\ y'(2) = 1$

8) $2y'' + (y')^4 = 0,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 1$

9) $y'' = \sin y \cdot y',\ y(3) = 0,\ y'(3) = -1$

10) $y''y^3 + 64 = 0,\ y(0) = 4,\ y'(0) = 2$

11) $\operatorname{tg} y \cdot y'' = 2(y')^2,\ y(1) = \pi/2,\ y'(1) = 2$

12) $y'' = 8y^3,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 2$

13) $yy'' + 4(y')^2 = 0,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 1/5$

14) $y'' + 2\sin y \cos^3 y = 0,\ y(2) = 0,\ y'(2) = 1$

15) $y'' = 2yy'',\ y(4) = 1,\ y'(4) = 1$

16) $y'' = y\sqrt{y'},\ y(0) = 6,\ y'(0) = 9$

17) $y'' = y' + (y')^2,\ y(2) = 0,\ y'(2) = 1$

18) $y'' = 128y^3,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 8$

19) $y'' = (y')^2,\ y(1) = 0,\ y'(1) = 1$

20) $y'' = 2e^{4y},\ y(2) = 0,\ y'(2) = 1$

21) $y'' = y' \cos y,\ y(0) = \dfrac{\pi}{2},\ y'(0) = 1$

22) $yy'' + (y')^2 = 0,\ y(1) = \sqrt{2},\ y'(1) = 1/\sqrt{2}$

23) $2yy'' + (y')^2 = 0,\ y(1) = 2,\ y'(1) = 1/\sqrt{2}$

24) $y'' = 72y^3,\ y(2) = 1,\ y'(2) = 6$

25) $yy'' = (y')^2,\ y(0) = 2,\ y'(0) = 4$

26) $2yy'' = 1 + (y')^2,\ y(1) = 5,\ y'(1) = 4$

27) $y^2y'' - 4y' = 0,\ y(1) = 1,\ y'(1) = -4$

28) $(y'')^2 = y',\ y(0) = \dfrac{2}{3},\ y'(0) = 1$

29) $y^3y'' = 4y^4 - 4,\ y(0) = \sqrt{2},\ y'(0) = \sqrt{2}$

30) $y'' = 8\sin^3 y \cos y,\ y(1) = \pi/2,\ y'(1) = 2$

31) $y'' = \sqrt{1 - (y')^2},\ y(1) = 0,\ y'(1) = 1$

32) $y'' + \frac{2}{1-y}(y')^2 = 0,\ y(0) = 2,\ y'(0) = 1$

III. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами

1. Решить дифференциальное уравнение методом вариации постоянных

1) $y'' + 4y = \dfrac{1}{\sin 2x}$

2) $y'' + 9y = \dfrac{1}{\sin^2 3x}$

3) $y'' + y = \dfrac{1}{\sin^3 x}$

4) $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^x}{x}$

5) $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^x}{\sqrt{4 - x^2}}$

6) $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^x}{\sqrt{x^2 - 4}}$

7) $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^x}{x^2 + 4}$

8) $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^x}{x^2 - 4}$

9) $y'' + 16y = \dfrac{1}{\cos 4x}$

10) $y'' + 4y = \dfrac{1}{\cos^2 2x}$

11) $y'' + 9y = \dfrac{1}{\cos^3 3x}$

12) $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x$

13) $y'' - 4y' + 4y = \dfrac{e^{2x}}{x^3}$

14) $y'' + 4y' + 4y = \dfrac{e^{-2x}}{x^2}$

15) $y'' + 2y' + 2y = \dfrac{e^{-x}}{\cos x}$

16) $y'' - 2y' + 2y = \dfrac{e^x}{\sin^2 x}$

17) $y'' - 2y' + 2y = \dfrac{e^x}{\sin x}$

18) $y'' + y = \operatorname{ctg} x$

19) $y'' - 4y' + 4y = \dfrac{e^{2x}}{x^3}$

20) $y'' - y' = \dfrac{e^{2x}}{\sqrt{e^{2x} - 1}}$

21) $y'' + y = \operatorname{tg} x$

22) $y'' + 4y' + 4y = \dfrac{e^{-2x}}{\sqrt{x^2 + 9}}$

23) $y'' - 6y' + 9y = e^{3x} \cdot \ln x$

24) $y'' + y = \dfrac{1}{\cos x}$

25) $y'' + 4y' + 5y = \dfrac{e^{-2x}}{\cos^2 x}$

26) $y'' + 9y = \operatorname{tg} 3x$

27) $y'' + 6y' + 9y = \dfrac{e^{-3x}}{x^5}$

28) $y'' - y' = \dfrac{e^{2x}}{e^{2x} + 4}$

29) $y'' + 4y = \dfrac{1}{\sin^3 2x}$

30) $y'' + 2y' + 5y = e^{-x} \cdot \operatorname{tg} 2x$

31) $y'' + 8y' + 16y = e^{-4x} \cdot \ln 4x$

32) $y'' - 4y' + 5y = \dfrac{e^{2x}}{\sin^2 x}$

2. Решить дифференциальное уравнение методом неопределенных коэффициентов

1) $y'' - 4y' + 3y = 6x + 5$

2) $y'' + 4y' + 4y = 8$

3) $y^{V} + 16y^{III} = 32$

4) $y^{IV} + 3y'' - 4y = x^2$

5) $y''' + 9y' = 9x^2 - 7$

6) $y^{IV} - 6y''' + 9y'' = x + 5$

7) $y'' - 5y' - 6y = 4e^{2x}$

8) $y'' - y' - 6y = 10e^{3x}$

9) $y''' + 16y' = e^{-x}$

10) $y'' + 2y' + 2y = 13e^{4x}$

11) $y'' - 5y' - 6y = -7e^{-x}$

12) $y''' - 3y'' + 3y' - y = -6e^{x}$

13) $y'' - 4y' + 3y = xe^{-x}$

14) $y'' + 2y' + 5y = (13x - 7)\, e^{2x}$

15) $y'' - 4y' + 5y = 4\sin x$

16) $y'' - 2y' + 10y = \cos 3x - 2\sin 3x$

17) $y'' - 4y' + 4y = 8 + e^{x}$

18) $y'' + 25y' = 5 + 13e^{-x}$

IV. Преобразование Лапласа

1. Найти изображение по заданному оригиналу

1) $f(t) = \dfrac{3}{2}t^2e^{3t} + t\cos^2 t + 1$

2) $f(t) = (e^{-2t} + 2t - 1)\sin 3t$

3) $f(t) = 5 + 2t + t\,\mathrm{sh}\,2t\cos 3t$

4) $f(t) = 4 + e^{-2t} + \dfrac{\sin t}{t}$

5) $f(t) = t\,\mathrm{ch}\,2t + \sin^2 3t - 4$

6) $f(t) = \dfrac{2(1-\mathrm{ch}\,t)}{t} + 2\sin 4t - 7$

7) $f(t) = \cos^2 t + 3e^{-2t} + 4t^5$

8) $f(t) = \sin^2 t + 3e^{-2t}\cos 5t$

9) $f(t) = \dfrac{2}{3}\,\mathrm{sh}^2\,2t - 7t\sin t + 2$

10) $f(t) = te^{2t}\sin 5t + 5e^{-7t} + 9$

2. Решить задачу Коши операторным методом

1) $y'' + y' - 6y = 12,\ y(0) = 0,\ y'(0) = -1$

2) $y'' + y' - 12y = 0,\ y(0) = 2,\ y'(0) = -1$

3) $y'' - 2y' + 5y = 0,\ y(0) = 3,\ y'(0) = 5$

4) $y'' - y' - 2y = 4e^t,\ y(0) = 1,\ y'(0) = -2$

5) $y'' - 3y' - 4y = 8,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 3$

6) $y'' + 2y' + 2y = 0,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 1$

7) $y'' - 9y = \sin t - \cos t,\ y(0) = -3,\ y'(0) = 2$

8) $y'' + 2y' = e^t,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 2$

9) $2y'' - y' = \sin 3t,\ y(0) = 2,\ y'(0) = 1$

10) $y'' + 2y' = \sin t,\ y(0) = -2,\ y'(0) = 4$

V. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

Решить задачу Коши для системы линейных дифференциальных уравнений.

1.

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y & x(0) = 2 \\ \dot{y} = 3x + 4y & y(0) = 2 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} \dot{x} = x - 2y & x(0) = 1 \\ \dot{y} = x - y & y(0) = -2 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y & x(0) = -1 \\ \dot{y} = 4x - 2y & y(0) = 0 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} \dot{x} = x + y & x(0) = 2 \\ \dot{y} = -2x + 3y & y(0) = -3 \end{cases}$$

5.
$$\begin{cases} \dot{x} = x - 3y & x(0) = 5 \\ \dot{y} = 3x + y & y(0) = -2 \end{cases}$$

6.
$$\begin{cases} \dot{x} = x - 5y + 5e^t & x(0) = -3 \\ \dot{y} = -x - 3y & y(0) = 2 \end{cases}$$

7.
$$\begin{cases} \dot{x} = 3x + y & x(0) = 3 \\ \dot{y} = 8x + y - 5 & y(0) = -5 \end{cases}$$

8.
$$\begin{cases} \dot{x} = 5x + 8y & x(0) = 4 \\ \dot{y} = 3x + 3y + 4e^t & y(0) = -1 \end{cases}$$

9.
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y & x(0) = 3 \\ \dot{y} = x + 2y + 3 & y(0) = -2 \end{cases}$$